

профессор Миндолин С.Ф.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1-5: СОУДАРЕНИЕ ШАРОВ

Студент _____ группа _____

Допуск _____ Выполнение _____ Защита _____

Цель работы: Проверка закона сохранения импульса. Проверка закона сохранения механической энергии для упругих столкновений. Экспериментальное определение импульса шаров до и после столкновения, расчёт коэффициента восстановления кинетической энергии, определение средней силы соударения двух шаров.

Приборы и принадлежности: прибор для исследования столкновения шаров FPM-08.

Описание экспериментальной установки. Механическая конструкция прибора

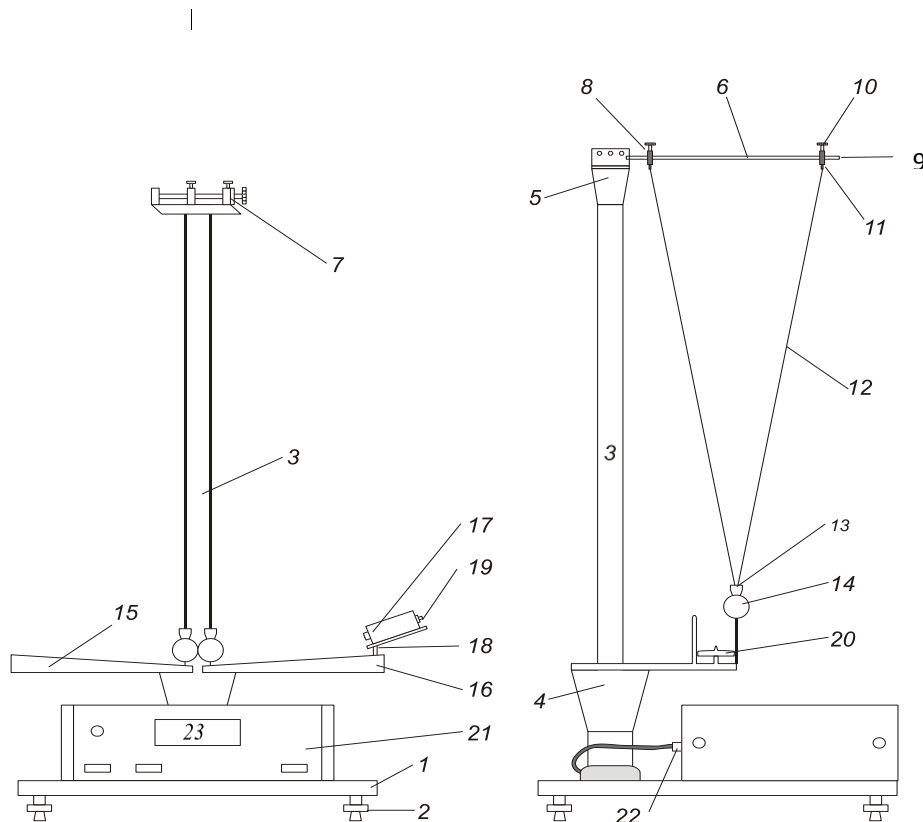


Рис. 1. Экспериментальная установка для изучения соударения шаров

Общий вид прибора для исследования столкновения шаров FPM-08 представлен на рис.1. Основание 1 оснащено регулируемыми ножками 2, которые позволяют устанавливать горизонтальное положение основания прибора. В основании закреплена колонна 3, к которой перекреплены нижний 4 и верхний 5 кронштейны. На верхнем кронштейне крепится стержень 6 и винт 7, служащие для установки расстояния между шарами. На стержнях 6 помещены передвигаемые держатели 8 с втулками 9, фиксируемые при помощи болтов 10 и приспособленные к прикреплению подвесов 11. Через подвесы 11 проходят провода 12, подводящие напряжение к подвесам 13, а через них к шарам 14. После ослабления винтов 10 и 11 можно добиться центрального соударения шаров.

На нижнем кронштейне закреплены шкалы 15,16 для отсчёта угла отклонения шаров, а на специальных направляющих - электромагнит 17. После отвинчивания болта 18 электромагнит можно передвигать вдоль правой шкалы и фиксировать высоту его установки, что позволяет изменять начальный угол отклонения первого шара α_0 . В основании прибора находится секундомер 23, передающий через разъем 22 напряжение к шарам и электромагниту.

На лицевой панели секундомера находятся следующие манипуляционные элементы:

1. **Сеть** - выключатель сети. Нажатие этой клавиши вызывает включение питающего напряжения;
2. **Сброс** - сброс измерителя. Нажатие этой клавиши вызывает сбрасывание схем секундомера.
3. **Пуск** - управление электромагнитом. Нажатие этой клавиши вызывает освобождение электромагнита и генерирование в схеме секундомера импульса как разрешения на измерения.

Теоретические сведения

В механике **ударом** называют явление изменение скоростей тел за очень короткий промежуток времени, происходящие при их столкновении. Например, столкновение шаров, удар молота о наковальню, попадание пули в мишень и т. д. В процессе удара возникают кратковременные силы взаимодействия между сталкивающимися телами, причем эти силы во много раз превосходят все внешние силы, действующие на тела.

Общая нормаль к поверхности соударяющихся шаров называется **линией удара**. Удар называется **прямым**, если перед ударом скорости центров масс соударяющихся тел параллельны линии удара. Удар называется **центральный**, если центры масс соударяющихся тел лежат на линии удара. Прямой центральный удар называется **абсолютно неупругим**, если после удара тела движутся как одно целое. При абсолютно неупругом ударе происходят различного рода процессы в соударяющихся телах (пластические деформации, трение и др.), в результате которых часть механической энергии системы преобразуется в её внутреннюю энергию. **Абсолютно упругим ударом** называется такой удар, при котором механическая энергия соударяющихся тел не преобразуется в другие виды энергии. Идеально упругих ударов в природе не существует, так как всегда часть энергии затрачивается на необратимую деформацию тел и увеличение их внутренней энергии. Однако для некоторых тел, например стальных шаров, потерями механической энергии можно пренебречь. Заметим, что даже и в этом случае часть механической энергии соударяющихся шаров превращается в механическую энергию звуковой волны, которую мы слышим во время удара.

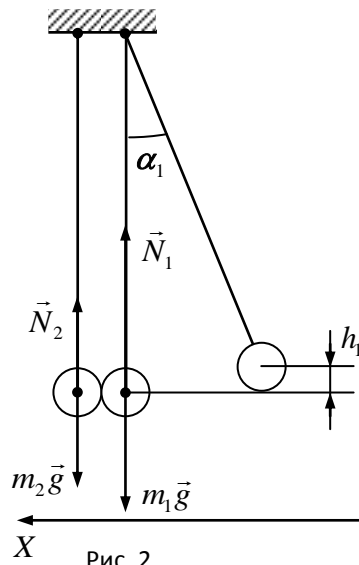


Рис. 2

Рассмотрим соударение шаров на данной установке. Изобразим все внешние силы, действующие на шары во время удара: $m_1\vec{g}$, $m_2\vec{g}$ – силы тяжести шаров; \vec{N}_1 , \vec{N}_2 – силы реакции нитей. Силы взаимного отталкивания, возникающие во время столкновения, являются внутренними, поэтому мы их не изображаем. Внутренние силы не изменяют импульса рассматриваемой системы (см. приложение). Запишем закон изменения импульса системы за время столкновения Δt :

$$\Delta \vec{p}_{\text{системы}} = (m_1\vec{g} + m_2\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2) \Delta t \quad (1)$$

Пусть первый шар до столкновения имеет скорость \vec{v}_1 , в второй до столкновения покоился. В этом случае $m_2\vec{g} + \vec{N}_2 = \vec{0}$, $m_1\vec{g} + \vec{N}_1 > \vec{0}$. Не скомпенсированной остается сила реакции нити \vec{N}_1 , действующей на первый шарик перед ударом, т.к. первый шарик в этот момент имеет центростремительное ускорение. В этом случае мы имеем не замкнутую систему. Предполагая, что за время столкновения вектор суммы внешних сил меняется незначительно, спроектировав данное равенство на ось OX, получим:

$$OX: (\Delta p_{\text{системы}})_x = (m_1g_x + m_2g_x + N_{1x} + N_{2x}) \Delta t \quad (2)$$

Очевидно, что $m_1g_x = m_2g_x = N_{1x} = N_{2x} = 0$, поэтому проекция изменения импульса системы на ось OX в момент удара равно нулю, т.е. проекция импульса системы до удара равна проекции импульса системы после удара. Это утверждение справедливо как для упругого, так и для неупругого удара. Это утверждение подлежит проверке в данной работе.

Запишем закон сохранения проекции импульса на ось OX для центрального неупругого и упругого ударов:

$$\begin{aligned} \text{неупругий удар} \quad m_1v_{0x} &= (m_1 + m_2)v'_x, \\ \text{упругий удар} \quad m_1v_{0x} &= m_1v'_{1x} + m_2v'_{2x}, \end{aligned}$$

где m_1v_{0x} – проекция импульса первого шара перед столкновением; $(m_1 + m_2)v'_x$ – проекция импульса системы после центрального неупругого удара; $m_1v'_{1x} + m_2v'_{2x}$ – проекция импульса системы после центрального упругого удара.

Для определения скоростей шаров до и после ударов воспользуемся законом сохранения механической энергии. При этом силами Архимеда и сопротивлением воздуха при движении шаров пренебрежем ввиду их малости по сравнению с остальными силами. Тогда при движении первого шара до удара на него действуют только две силы: сила тяжести $m_1\vec{g}$ и сила натяжения нити \vec{N}_1 . Сила тяжести является консервативной, а сила натяжения в данном случае не совершает работы, т.к. на любом бесконечно малом участке траектории она направлена перпендикулярно бесконечно малому перемещению. Поэтому во время полета механическая энергия первого шара сохраняется. Это же утверждение справедливо и для движения шаров после столкновения. Обозначим начальный угол отклонения первого шара через α_0 и высоту – через h_0 .

Запишем закон сохранения механической энергии для первого шара: $mgh_0 = \frac{m_1v_0^2}{2}$, где mgh_0 – начальная механическая энергия шара; $\frac{m_1v_0^2}{2}$ – механическая энергия шара перед столкновением. Отсюда имеем следующее соотношение:

$$v_0 = \sqrt{2gh_0}.$$

Из рисунка видно что:
$$h_0 = L(1 - \cos \alpha_0) = 2L \sin^2 \frac{\alpha_0}{2}, \quad (3)$$

где L – длина нити.

Равенство (3) позволяет выразить импульс и кинетическую энергию первого шара перед ударом:

$$p_{0x} = m_1 v_{0x} = 2m_1 \sqrt{gL} \sin \frac{\alpha_0}{2}, \quad T_0 = \frac{m_1 v_0^2}{2} = 2m_1 gL \sin^2 \frac{\alpha_0}{2} \quad (4)$$

Рассуждая аналогично для движения шаров после неупругого столкновения, можно записать следующие равенства для их энергий и импульсов:

$$p_{1x} = (m_1 + m_2) v_{1x} = 2(m_1 + m_2) \sqrt{gL} \sin \frac{\beta_1}{2}, \quad T_1 = \frac{(m_1 + m_2) v_1^2}{2} = 2(m_1 + m_2) gL \sin^2 \frac{\beta_1}{2}, \quad (5)$$

где β_1 – угол отклонения центра масс шаров после центрального неупругого удара.

Для шаров, испытавших упругое столкновение, соответственно имеем равенства:

$$p_{2x} = m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = 2m_2 \sqrt{gL} \sin \frac{\beta_2'}{2} - 2m_1 \sqrt{gL} \sin \frac{\beta_1'}{2},$$

$$T_2 = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} = 2m_1 gL \sin^2 \frac{\beta_1'}{2} + 2m_2 gL \sin^2 \frac{\beta_2'}{2}. \quad (6)$$

где β_1', β_2' – соответственно углы отклонения первого и второго шаров после центрального упругого удара.

Коэффициентом восстановления кинетической энергии называется величина, равная отношению кинетической энергии системы после удара к кинетической энергии системы до удара:

$$K_1 = T_1 / T_0 - \text{для неупругого столкновения}, \quad (7)$$

$$K_2 = T_2 / T_0 - \text{для упругого столкновения}, \quad (8)$$

Определение средней силы соударения двух шаров при упругом ударе

Рассмотрим упругий удар шаров. Если второй шар до соударения остаётся в покое, то на основании закона изменения проекции его импульса на ось OX можем записать следующее равенство:

$$OX: \Delta p_{2x} = (m_2 g_x + N_{2x} + \langle F_{2x} \rangle) \Delta t,$$

где $\Delta p_{2x} = m_2 v_{2x}' - m_2 v_{2x}$ – проекция вектора изменения импульса второго шара, v_{2x} – проекция его скорости до удара, $\langle F_{2x} \rangle$ – среднее значение проекции силы, действующий на второй шар со стороны первого в течении времени столкновения Δt .

Так как второй шар до удара покоился, то $v_{2x} = 0$ и $\Delta p_{2x} = m_2 v_{2x}'$, кроме того $m_2 g_x = N_{2x} = 0$ (см. рис.2). Окончательно имеем равенство для силы взаимодействия шаров при ударе:

$$\langle F_{2x} \rangle = \frac{2m_2 \sqrt{gL} \sin \frac{\beta_2'}{2}}{\Delta t}. \quad (9)$$

Подготовка прибора к работе

Перед началом выполнения работы необходимо проверить является удар шаров центральным, для этого нужно отклонить первый шар (меньшей массы) на некоторый угол и нажать клавишу **Пуск**. Плоскости траекторий движения шаров после столкновения должны совпадать с плоскостью движения первого шара до столкновения. Центра масс шаров в момент соударения должны находится на одной горизонтальной линии. Если этого не наблюдается, то необходимо выполнить следующие действия:

1. С помощью винтов 2 добиться вертикального положения колонны 3 (рис. 1).
2. Изменяя длину нити подвеса одного из шаров необходимо добиться того, что центры масс шаров находились на одной горизонтальной линии. При соприкосновении шаров нити должны быть вертикальны. Это достигается перемещением винтов 7 (см. рис. 1).
3. Необходимо добиться того, чтобы плоскости траекторий движения шаров после соударения совпадали с плоскостью траектории первого шара до столкновения. Это достигается с помощью винтов 8 и 10.
4. Отпустить гайки 20, угловые шкалы 15,16 установить таким образом, чтобы указатели углов в момент, когда шары занимают положение покоя, показывали на шкалах ноль. Затянуть гайки 20.

Упражнение №1. Проверка закона сохранения импульса при неупругом центральном ударе.
 Определение коэффициента восстановления кинетической энергии.

Для изучения неупругого удара берутся два стальных шара, но на одном из них в месте, где происходит удар, прикрепляют кусочек пластилина. Шар, который отклоняют к электромагниту, считается первым.

Таблица №1

№ опыта	α_0	β_1	m_1	m_2	p_{0x}	p_{1x}	$S_{<p_i>}$	T_0	T_1	$S_{<T_i>}$	K_1
1											
2											
3											
4											
5											

- Получите у преподавателя начальное значение угла отклонения первого шара α_0 и запишите его в таблицу №1.
- Установите электромагнит так, чтобы угол отклонения первого шара соответствовал заданному значению α_0 .
- Отклоните первый шар на заданный угол, нажмите клавишу <ПУСК> и произведите отсчёт угла отклонения второго шара β_1 . Опыт повторите 5 раз. Полученные значения угла отклонения β_1 запишите в таблицу №1.
- Массы шаров m_1 и m_2 указаны на установке.
- По формуле $p_{0x} = m_1 v_{0x} = 2m_1 \sqrt{gL} \sin \frac{\alpha_0}{2}$ найдите импульс первого шара до столкновения и запишите результат в табл. №1.
- По формуле $p_{1x} = (m_1 + m_2) v_{1x} = 2(m_1 + m_2) \sqrt{gL} \sin \frac{\beta_1}{2}$ найдите 5 значений импульса системы шаров после столкновения и запишите результат в табл. №1.
- По формуле $\langle p_{1xi} \rangle = \frac{\sum_{i=1}^5 p_{1xi}}{5}$ найдите среднее значение импульса системы после столкновения.
- По формуле $S_{<p_i>}^2 = \frac{\sum_{i=1}^5 (p_{1xi} - \langle p_{1xi} \rangle)^2}{5 \cdot 4}$ найдите дисперсию среднего значения импульса системы шаров после столкновения. Найдите среднеквадратичное отклонение среднего значения $S_{<p_i>}$ импульса системы после столкновения. Полученное значение $S_{<p_i>}$ занесите в таблицу №1.
- По формуле $T_0 = \frac{m_1 v_0^2}{2} = 2m_1 gL \sin^2 \frac{\alpha_0}{2}$ найдите начальное значение кинетической энергии первого шара до столкновения T_0 , и занесите его в таблицу №1.
- По формуле $T_1 = \frac{(m_1 + m_2) v_1^2}{2} = 2(m_1 + m_2) gL \sin^2 \frac{\beta_1}{2}$ найдите пять значений кинетической энергии системы шаров после столкновения T_1 , и занесите их в табл. №1.
- По формуле $\langle T_1 \rangle = \frac{\sum_{i=1}^5 T_{1i}}{5}$ найдите среднее значение кинетической энергии системы после столкновения.
- По формуле $S_{<T_i>}^2 = \frac{\sum_{i=1}^5 (T_{1i} - \langle T_1 \rangle)^2}{5 \cdot 4}$ найти дисперсию среднего значения кинетической энергии системы шаров после столкновения. Найдите среднеквадратичное отклонение среднего значения $S_{<T_i>} = \sqrt{S_{<T_i>}^2}$ кинетической энергии системы после столкновения. Полученное значение $S_{<T_i>}$ занесите в табл. №2.
- По формуле $K_1 = \frac{T_1}{T_0}$ найдите коэффициент восстановления кинетической энергии K_1 . По полученному значению коэффициента восстановления кинетической энергии сделайте вывод о сохранении энергии системы во время столкновения.
- Запишите ответ для импульса системы после столкновения в виде $p_{1x} = \langle p_{1x} \rangle \pm S_{<p_{1x}>}$.

13. Найдите отношение $k = \frac{p_{1x}}{p_{0x}}$ проекции импульса системы после неупругого удара p_{1x} к начальному значению проекции импульса системы до удара p_{0x} . По полученному значению отношения проекции импульсов до и после столкновения сделайте вывод о сохранении импульса системы во время столкновения.

Упражнение №2. Проверка закона сохранения импульса и механической энергии при упругом центральном ударе.
Определение силы взаимодействия шаров при столкновении.

Для изучения упругого удара берутся два стальных шара. Шар, который отклоняют к электромагниту, считается первым.

Таблица №2.

№ опыта	α_0	β_1'	β_2'	Δt	m_1	m_2	p_{0x}	p_{2x}	$S_{\langle p_2 \rangle}$	T_0	T_2	$S_{\langle T_2 \rangle}$	$\langle F_2 \rangle$
1													
2													
3													
4													
5													

1. Получите у преподавателя начальное значение угла отклонения первого шара α_0 и запишите его в табл. №2.
2. Установите электромагнит так, чтобы угол отклонения первого шара соответствовал заданному значению α_0 .
3. Отклоните первый шар на заданный угол, нажмите на клавишу <ПУСК> и произведите отсчёт углов отклонения первого шара β_1' и второго шара β_2' и времени соударения шаров Δt . Опыт повторите 5 раз. Полученные значения углов отклонения и времени соударения запишите в табл. №2.
4. Массы шаров m_1 и m_2 указаны на установке.
5. По формуле $p_{0x} = m_1 v_{0x} = 2m_1 \sqrt{gL} \sin \frac{\alpha_0}{2}$ найдите импульс первого шара до столкновения и запишите результат в таблицу №2.

6. По формуле $p_{2x} = m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = 2m_2 \sqrt{gL} \sin \frac{\beta_2'}{2} - 2m_1 \sqrt{gL} \sin \frac{\beta_1'}{2}$ найдите 5 значений импульса системы шаров после столкновения и запишите результат в табл. №2.

7. По формуле $\langle p_{2xi} \rangle = \frac{\sum_{i=1}^5 p_{2xi}}{5}$ найдите среднее значение импульса системы после столкновения.

8. По формуле $S_{\langle p_2 \rangle}^2 = \frac{\sum_{i=1}^5 (p_{2xi} - \langle p_{2x} \rangle)^2}{5 \cdot 4}$ найти дисперсию среднего значения импульса системы шаров после столкновения. Найдите среднеквадратичное отклонение среднего значения $S_{\langle p_2 \rangle}$ импульса системы после столкновения. Полученное значение $S_{\langle p_2 \rangle}$ занесите в таблицу №2.

9. По формуле $T_0 = \frac{m_1 v_0^2}{2} = 2m_1 gL \sin^2 \frac{\alpha_0}{2}$ найдите начальное значение кинетической энергии первого шара до столкновения T_0 и результат занесите в табл. №2.

10. По формуле $T_2 = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} = 2m_1 gL \sin^2 \frac{\beta_1'}{2} + 2m_2 gL \sin^2 \frac{\beta_2'}{2}$ найдите пять значений кинетической энергии системы шаров после столкновения T_2 , и результаты занесите в табл. №2.

11. По формуле $\langle T_2 \rangle = \frac{\sum_{i=1}^5 T_{2i}}{5}$ найдите среднее значение кинетической энергии системы после столкновения.

12. По формуле $S_{\langle T_2 \rangle}^2 = \frac{\sum_{i=1}^5 (T_{2i} - \langle T_2 \rangle)^2}{5 \cdot 4}$ найти дисперсию среднего значения кинетической энергии системы шаров

после столкновения. Найдите среднеквадратичное отклонение среднего значения $S_{\langle T_2 \rangle} = \sqrt{S_{\langle T_2 \rangle}^2}$ кинетической энергии системы после столкновения. Полученное значение $S_{\langle T_2 \rangle}$ занесите в табл. №2.

13. По формуле $K_2 = T_2 / T_0$ найдите коэффициент восстановления кинетической энергии K_2 .

14. По формуле $\langle F_2 \rangle = \frac{2m_2 \sqrt{gL} \sin \frac{\beta_2'}{2}}{\Delta t}$ найдите среднее значение силы взаимодействия $\langle F_2 \rangle$ и результат занесите в таблицу №2.

15. Запишите ответ для импульса системы после столкновения в виде: $p_{2x} = \langle p_{2x} \rangle \pm S_{\langle p_{2x} \rangle}$.

16. Запишите интервал для кинетической энергии системы после столкновения в виде: $T_2 = \langle T_2 \rangle \pm S_{\langle T_2 \rangle}$.

17. Найдите отношение проекции импульса системы после упругого удара P_{1x} к начальному значению проекции импульса до удара P_{0x} . По полученному значению отношения проекции импульсов до и после столкновения сделайте вывод о сохранении импульса системы во время столкновения.

18. Найдите отношение кинетической энергии системы после упругого удара T_2 к значению кинетической энергии системы до удара T_0 . По полученному значению отношения кинетических энергий до и после столкновения сделайте вывод о сохранении механической энергии системы во время столкновения.

19. Сравните полученное значение величины силы взаимодействия $\langle F_2 \rangle$ с силой тяжести шара большей массы. Сделайте вывод об интенсивности сил взаимного отталкивания, действующих во время удара.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Импульс тела и импульс силы, виды механической энергии. Механическая работа силы.
2. Механическая система. Закон изменения импульса, закон сохранения импульса. Понятие о замкнутой механической системе. Когда для незамкнутой механической системы можно применить закон сохранения импульса?
3. Закон изменения полной механической энергии, закон сохранения полной механической энергии.
4. Консервативные и неконсервативные силы.
5. Удар, виды ударов. Запись законов сохранения для абсолютно упругого и абсолютно неупругого ударов.

Краткие теоретические сведения

Работа, импульс, виды энергии

Элементарной механической работой называется скалярная величина равная скалярному произведению силы \vec{F} на элементарное перемещение $d\vec{r}$ точки приложения силы

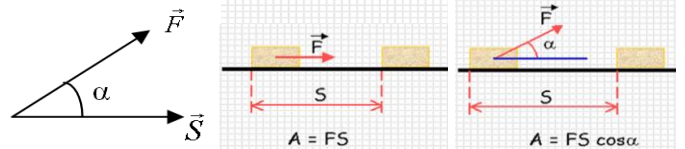
$$dA = \vec{F} d\vec{r} = F dr \cos\alpha,$$

где dA – элементарная работа силы, Джс (Джоуль); F – сила, Н; $d\vec{r}$ – элементарное перемещение, м;
 α – угол между векторами \vec{F} и $d\vec{r}$.

Механической работой произвольной силы называется интеграл вида:

$$A_{1-2} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{r} = \int_1^2 F_s ds$$

Механической работой постоянной по величине и направлению силы называется скалярная величина равная произведению силы F на перемещение точки приложения силы S и на косинус угла между векторами \vec{F} и \vec{S} .



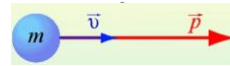
$$A = FS \cos\alpha,$$

где α – угол между векторами \vec{F} и \vec{S}

Импульс материальной точки и импульс силы

Импульсом материальной точки \vec{p} называется векторная величина равная произведению массы этой точки на её скорость:

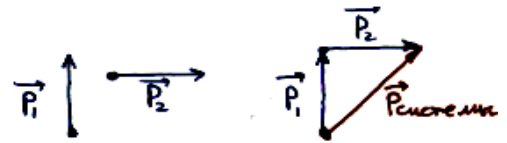
$$\vec{p} = m \vec{v}, \quad [p] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}} = \text{Н} \cdot \text{с}$$



Вектор импульса направлен по вектору мгновенной скорости \vec{v} .

Импульсом системы материальных точек называется векторная величина, равная векторной сумме импульсов тел системы:

$$\vec{p}_{\text{системы}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n = \sum \vec{p}_i$$



Импульсом силы \vec{I} называется векторная величина, равная произведению силы \vec{F} на время её действия t :

$$\vec{I} = \vec{F} t, \quad [I] = \text{Н} \cdot \text{с}, \quad (\text{Ньютон} - \text{секунда})$$

Виды механической энергии

Работа является мерой изменения энергии тела или системы тел.

В механике различают следующие виды энергии:

Кинетическая энергия

$$T = \frac{mv^2}{2} - \text{кинетическая энергия материальной точки}$$

$$T = \sum \frac{m_i v_i^2}{2} - \text{кинетическая энергия системы материальных точек.}$$



где T – кинетическая энергия, Джс; m – масса точки, кг; v – скорость точки, м/с
особенность: всегда является величиной положительной.

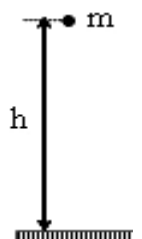
Виды потенциальной энергии

Потенциальная энергия поднятой над Землёй материальной точки

$$P = mgh$$

особенность: может быть положительной, отрицательной и равной нулю в зависимости от выбора начального уровня отсчёта потенциальной энергии (см. рисунок)

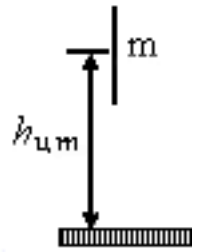
где P – потенциальная энергия, Джс; m – масса, кг; g – ускорение свободного падения, м/с²
 h – высота материальной точки над нулевым уровнем отсчёта потенциальной энергии, м



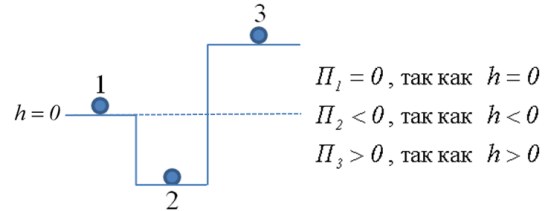
Потенциальная энергия поднятой над Землёй системы материальных точек или протяжённого тела

$$\Pi = mgh_{ц.т.}$$

где $h_{ц.т.}$ - высота центра масс системы материальных точек или протяжённого тела над нулевым уровнем отсчёта потенциальной энергии, m



особенность: может быть положительной, отрицательной и равной нулю в зависимости от выбора начального уровня отсчёта потенциальной энергии

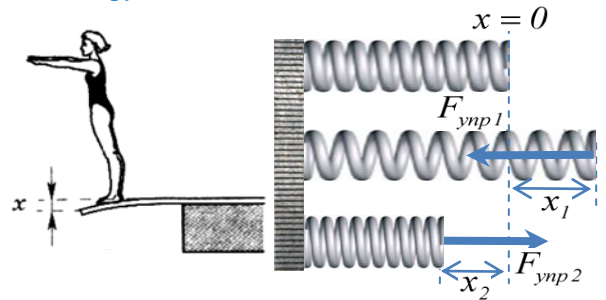


Потенциальная энергия деформированной пружины

$$\Pi = \frac{kx^2}{2}$$

где k – коэффициент жёсткости пружины, H/m
 x – величина деформации пружины, m

Особенность: всегда является величиной положительной.

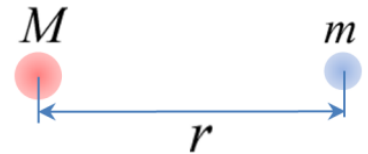


Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия двух материальных точек

$$\Pi = -G \frac{Mm}{r}$$

где $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{H \cdot M^2}{кг^2}$ – гравитационная постоянная;

M и m – массы точек, кг; r – расстояние между ними, м



особенность: всегда является величиной отрицательной (на бесконечности она принята равной нулю)

Полная механическая энергия

(это сумма кинетической и потенциальной энергии, Дж)

$$E = T + \Pi$$

ЗАКОНЫ ИЗМЕНЕНИЯ И СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ

Механической системой называется мысленно выделенная совокупность тел, рассматриваемых в данной задаче.

Закон изменения импульса механической системы

Произведение векторной суммы всех внешних сил $\sum \vec{F}_i^{\text{внешних}}$, действующих на систему, на время действия этих сил Δt , равно вектору изменения импульса $\vec{p}_2 - \vec{p}_1$ этой механической системы:

$$\left(\sum \vec{F}_i^{\text{внешних}} \right) \Delta t = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

Закон сохранения импульса механической системы

Векторная сумма импульсов тел замкнутой механической системы остаётся постоянной как по величине, так и по направлению при любых движениях и взаимодействиях тел системы.

$$\sum \vec{p}_{i1} = \sum \vec{p}_{i2}$$

Замкнутой называется система тел, на которую не действуют внешние силы или результирующая всех внешних сил равна нулю.

Внешними называются силы, действующие на систему со стороны тел, не входящих в рассматриваемую систему.

Внутренними называются силы, действующие между телами самой системы.

Для незамкнутых механических систем закон сохранения импульса можно применить в следующих случаях:

1. Если проекции всех внешних сил, действующих на систему, на какое-либо направление в пространстве равны нулю, то на это направление выполняется закон сохранения проекции импульса,

$$\left(\text{то есть, если } \sum F_{xi}^{\text{внешних}} = 0 \Rightarrow \left(\sum p_{xi} \right)_1 = \left(\sum p_{xi} \right)_2 \right)$$

2. Если внутренние силы по величине много больше внешних сил (например, разрыв снаряда), либо очень мал промежуток времени, в течение которого действуют внешние силы (например, удар), то закон сохранения импульса можно применить в векторном виде,

$$\left(\text{то есть } \sum \vec{p}_{i1} = \sum \vec{p}_{i2} \right)$$

Закон сохранения и превращения энергии

Энергия ни откуда не возникает и ни куда не исчезает, а лишь переходит от одного тела к другому или превращается из одного вида энергии в другой, причём так, что суммарная энергия изолированной системы остаётся постоянной.

(например, механическая энергия при столкновении тел частично переходит в тепловую энергию, энергию звуковых волн, затрачивается на работу по деформации тел. Однако суммарная энергия до и после столкновения не изменяется)

Закон изменения полной механической энергии

Алгебраическая сумма работ всех неконсервативных сил, действующих на тела механической системы, равна изменению полной механической энергии этой системы:

$$\sum A_i^{\text{неконсервативных}} = E_{\text{конечная}} - E_{\text{начальная}} .$$

Закон сохранения полной механической энергии

Полная механическая энергия системы тел, на тела которой действуют только консервативные силы или все действующие на систему неконсервативные силы работу не совершают, не изменяется с течением времени.

$$E_{\text{начальная}} = E_{\text{конечная}} .$$

К консервативным силам относятся: сила гравитации $F_{\text{грав}}$, сила тяжести $F_{\text{тяж}}$, сила упругости $F_{\text{упр}}$, сила Кулона $F_{\text{кулона}}$ и сила Архимеда $F_{\text{арх}}$.

К неконсервативным - все остальные силы.

Особенность консервативных сил: работа консервативной силы, действующей на тело, не зависит от формы траектории, по которой двигалось тело, а определяется лишь начальным и конечным положением тела.

Следует помнить, что все законы сохранения и изменения необходимо записывать относительно одной и той же инерциальной системы отсчёта (обычно относительно земли).

Виды ударов

Ударом называется кратковременное взаимодействие двух или более тел.

Упругим называется удар, при котором тела после взаимодействия движутся отдельно друг от друга.

Неупругим называется удар, при котором тела после взаимодействия движутся как единое целое, то есть с одной и той же скоростью.

При всех видах ударов происходит уменьшение механической энергии системы сталкивающихся тел: часть энергии затрачивается на деформацию тел (возникают всякого рода вмятины, трещинки и т.д.), часть уносится звуковыми волнами (мы слышим удар), часть переходит в теплоту (тела при ударе нагреваются) и т. д.

Предельными случаями ударов являются **абсолютно упругий** и **абсолютно неупругий** удары, которые в чистом виде в природе не встречаются. Идеализацией **абсолютно упругого удара** является то, что механическая энергия системы не изменяется, а идеализацией **абсолютно неупругого удара** является то, что все потери механической энергии происходят только в виде теплоты.

При **абсолютно упругом** и **абсолютно неупругом** ударах выполняются следующие законы:

Абсолютно упругий удар

1. выполняется закон сохранения импульса:

$$m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$

2. закон сохранения полной механической энергии:

$$\frac{m_1 v_{01}^2}{2} + \frac{m_2 v_{02}^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

Абсолютно неупругий удар

1. выполняется закон сохранения импульса:

$$m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} = (m_1 + m_2) \vec{v}$$

2. закон сохранения и превращения энергии:

$$\frac{m_1 v_{01}^2}{2} + \frac{m_2 v_{02}^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2} + \left\{ \begin{array}{l} Q \\ \Delta U \end{array} \right.$$

где Q – количество теплоты, выделившееся в результате удара.

ΔU – изменение внутренней энергии тел в результате удара