Лабораторная работа № 1-6: ИЗУЧЕНИЕ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО КРУТИЛЬНОГО МАЯТНИКА

Ф. И. О. _____ группа _____

Допуск _____ Выполнение _____ Защита _____

***Цель работы*:** освоение баллистического метода определения скоростей полёта тел.
***Приборы и принадлежности*:** экспериментальная установка.

Прямое измерение скоростей тел требует специальной аппаратуры и методики эксперимента, например, скоростной и сверхскоростной киносъемки. Определить скорость тела можно и экспериментально, применив теоретически обоснованные косвенные методы. Один из них - метод баллистического крутильного маятника, использующего неупругие соударения.

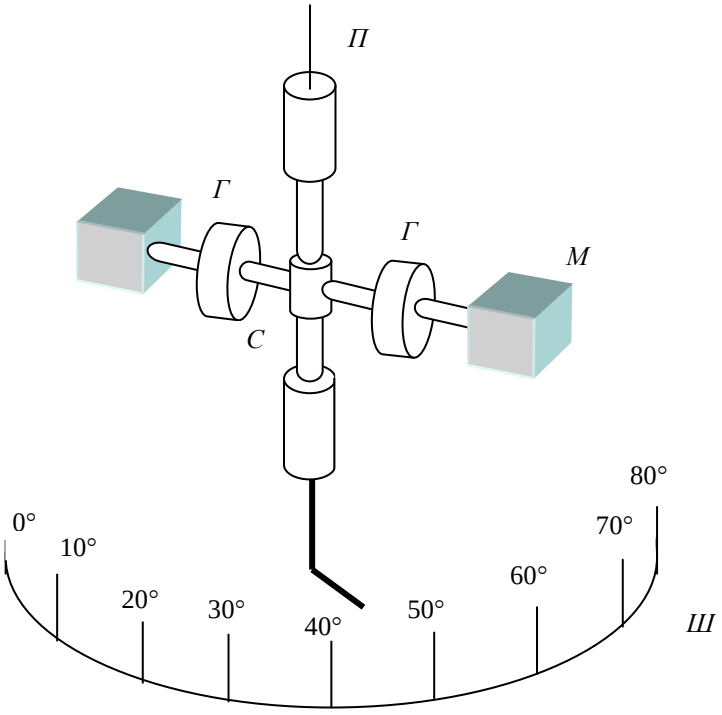


Рис. 1.

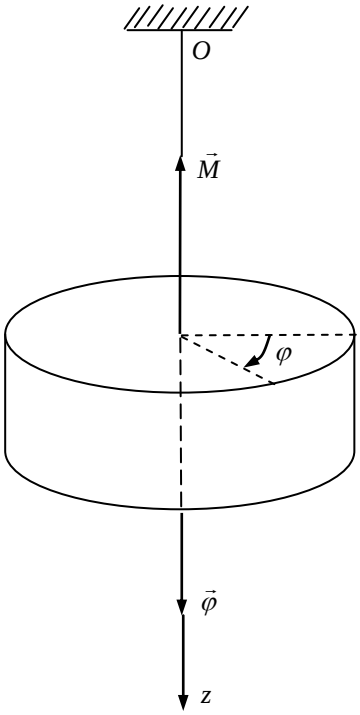


Рис. 2.

Устройство крутильного маятника показано на рис. 1.

Со стальной проволокой $П$ связан стержень C, на котором укреплена мишень M с двумя перемещаемыми по стержню грузами-цилиндрами $Г$. Снаряд массой m_c, движущийся со скоростью v, ударяет в мишень M, после чего система поворачивается на угол α, измеряемый по угловой шкале $Ш$, совершая слабозатухающие колебания в горизонтальной плоскости.

Эксперимент проводится при выполнении следующих условий:

1. время воздействия снаряда на маятник много меньше собственного периода колебаний маятника T_0;
2. угол отклонения маятника α от положения равновесия мал (составляет несколько градусов).

Крутильным маятником называется твёрдое тело, подвешенное на вертикальном невесомом упругом подвесе, верхний конец которого закреплён неподвижно, а ось *Oz* совпадает с одной из свободных осей тела (рис.2).

Крутильные колебания обусловлены упругими силами, возникающими в стержне при его кручении вокруг оси *Oz*.

Определить скорость пули в момент удара о мишень можно по формуле (даю без вывода, он Вам сейчас не нужен)

$$v = \frac{4\pi\alpha m}{m_c r} \cdot \frac{T_2}{T_2^2 - T_1^2}\left(R_2^2 - R_1^2\right), \qquad (1)$$

где v - скорость полёта пули, $\frac{м}{с}$;

α - угол отклонения маятника после попадания пули в мишень *М, рад*;

m - масса груза *Г, кг*; m_c - масса пули, *кг*;

$R_1 = R_{min}$ – минимальное расстояние грузов *Г* от оси вращения маятника, *м*;

$R_2 = R_{max}$ - максимальное расстояние грузов *Г* от оси вращения маятника, *м*;

T_1 - период колебаний маятника при $R_1 = R_{min}$ после попадания пули в мешень, *с*;

T_2 - период колебаний маятника при $R_2 = R_{max}$ после попадания пули в мешень, *с*.

Описание установки.

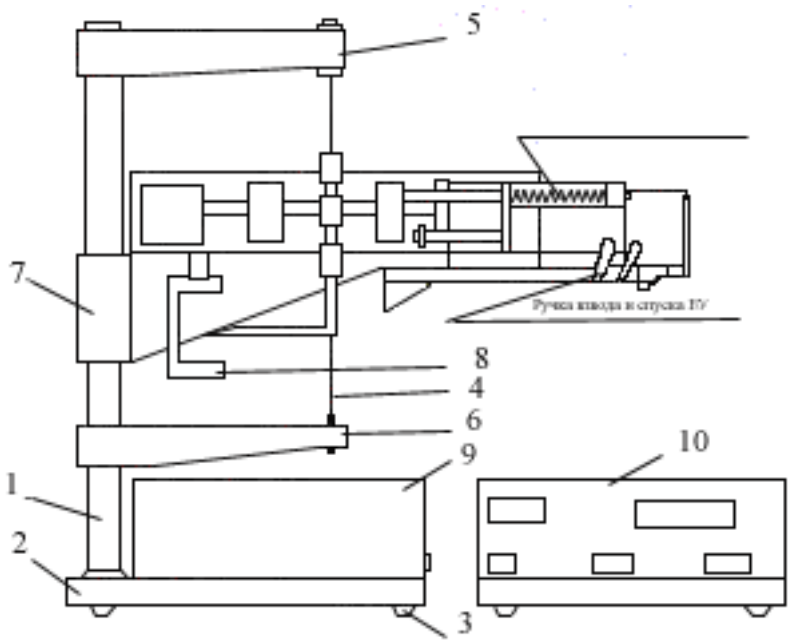


Рис. 3

Общий вид установки представлен на рис. 3. Колонна **1** крутильного маятника смонтирована на основании **2**. Ножки **3** служат для установки маятника в горизонтальном положении. Маятник **4** закреплён в кронштейнах **5** и **6**. На среднем кронштейне **7** устанавливается стреляющее устройство (СУ), механизм действия которого показан на рис. 3.

Электронная схема маятника состоит фотоэлектрического датчика **8** и универсального миллисекундомера **9**.

На лицевой панели **10** универсального миллисекундомера размещены кнопки управления:

1. **«Сеть»** — нажатием этой кнопки происходит включение измерительной схемы;
2. **«Сброс»** —нажатием этой кнопки обнуляются показания миллисекундомера и счётчика числа колебаний;
3. **«Стоп»** — нажатие данной кнопки приводит к остановке счётчика числа колебаний и миллисекундомера;

и два индикатора:

1. **«Периоды»** — показывает количество полных колебаний (периодов) маятника;
2. **«Время»** — показывает время колебаний маятника.

Упражнение №1 Определение скорости полёта пули методом баллистического крутильного маятника

Подготовка установки к измерениям.

1. Ознакомьтесь с внешним видом и механической конструкцией установки.
2. Приведите колонну **1** установки в вертикальное положение при помощи регулируемых ножек **3** основания.
3. Проверьте, не задевает ли маятник при колебаниях шкалу *Ш*.
4. Включите сетевой шнур в сеть питания.
5. Нажмите кнопку **«Сеть»**, проверяя, показывают ли все индикаторы миллисекундомера **10** нуль и горит ли индикатор фотоэлектрического датчика **8.**
6. Отклоните маятник на небольшой угол α от положения равновесия, нажмите кнопку «**Сброс**», и определите, произошло ли обнуление показаний миллисекундомера и счётчика числа колебаний. Отпустите маятник. При пересечении маятником окошка фотоэлемента счётчик должен автоматически включиться. Проверьте, работает ли счётчик и миллисекундомер.
7. После того, как в окошке «**Периоды»** высветится цифра «3» нажмите кнопку «**Стоп»:** счётчик должен достигнуть n = 4 колебаний и прекратить отсчёт. Проверьте, измерил ли миллисекундомер время колебаний маятника.

Порядок выполнения работы.

1. Предельно приблизьте грузы-цилиндры *Г* друг к другу и измерьте расстояние $R_1=R_{\min}$ (расстояние между осью маятника и серединой одного из цилиндров).
2. Отклоните маятник на небольшой угол от положения равновесия, нажмите кнопку «**Сброс»** и отпустите маятник. При пересечении маятником окошка фотоэлемента счётчик автоматически включается.
3. После того, как в окошке «**Периоды»** высветится цифра «9» нажмите кнопку «**Стоп»:** счётчик достигает n = 10 колебаний и прекращает отсчёт. Снимите показания t миллисекундомера.
4. По формуле $T_1 = \dfrac{t}{n}$ определите период колебаний маятника. Опыт повторите 5 раз.

Данные измерений занесите в таблицу 1. и вычислите среднее значение периода $<T_1>$.

5. Максимально раздвиньте грузы-цилиндры *Г* и измерьте расстояние $R_2 = R_{max}$.
6. Повторите действия согласно пунктов 3–5 и вычислите среднее значение периода $<T_2>$.
7. Установите маятник в такое положение, при котором черта пластилиновой мишени *М* совпадает с нулём угловой шкалы *Ш*.
8. Произведите выстрел из стреляющего устройства СУ (инструктаж получите у лаборанта). Грузы *Г* должны находится в положении R_{max}. Пуля должна застрять в пластилиновой мишени.
9. Измерьте и запишите величину угла α отклонения маятника и расстояние r от оси маятника до центра пули в месте поражения мишени. Опыт повторите 5 раз.
10. Данные измерения занесите в таблицу 1. По формуле

$$v = \frac{4\pi\alpha m}{m_c r} \cdot \frac{T_2}{T_2^2 - T_1^2}\left(R_2^2 - R_1^2\right)$$

определите скорость пули в каждом из опытов.

11. Определите среднее значение скорости $\langle v \rangle$ и её среднеквадратичное отклонение $S_{<v_0>}$ (см. лаб. 0-1)

Ответ запишите в виде $v = \langle v \rangle \pm t_{pk} S_{<v_0>}$.

Коэффициент Стьюдента t_{pk} выберите самостоятельно (см. лаб. 0-1)

m = 140 г m_c = 3 г ***Таблица 1***

№ опыта	r, м	R_1, м	R_2, м	T_1, с	T_2, с	α		v_i, м/с	$<v>$, м/с	$S_{<v_0>}$, м/с
						°	рад			
1										
2										
3										
4										
5										

ВНИМАНИЕ: в связи с дистанционным обучением, Вам не надо проводить эксперимент самостоятельно. За Вас это сделали добрые люди. Ваша задача оформить лабораторную работу по примеру лабораторной работы 0-1 (не надо переписывать всё подряд).

1) Необходима шапка

Лабораторная работа № 1-6: ИЗУЧЕНИЕ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО КРУТИЛЬНОГО МАЯТНИКА

Ф. И. О. _____ группа _____
Допуск _____ Выполнение _____ Защита _____

***Цель работы*:** освоение баллистического метода определения скоростей полёта тел.
***Приборы и принадлежности*:** экспериментальная установка.
(рисунок установки можете не делать)

2) Название упражнения

Упражнение №1 Определение скорости полёта пули методом баллистического крутильного маятника

3) Таблица

m = 140 г m_c = 3 г ***Таблица 1***

№ опыта	r, м	R_1, м	R_2, м	T_1, с	T_2, с	α		v_i, м/с	$<v>$, м/с	$S_{<v_0>}$, м/с
						°	рад			
1										
2										
3										
4										
5										

4) Под таблицей расчётные формулы, проверка их размерности и сами вычисления.
5) Грамотно записан ответ.
6) При необходимости сделать вывод и график (где его требуют)

Результаты эксперимента приводятся для каждой бригады после контрольных вопросов.

Контрольные вопросы.

1. Что такое поступательное и вращательное движение твёрдого тела, их особенность.
2. Момент инерции материальной точки и абсолютно твёрдого тела. Собственные моменты инерции твёрдого тела.
Теорема Штейнера.
3. Момент импульса материальной точки. Момент импульса абсолютно твёрдого тела.
4. Сформулируйте:
- основное уравнение динамики вращательного движения абсолютно твёрдого тела,
- закон изменения момента импульса механической системы,
- закон сохранения момента импульса механической системы.
5. Как определить кинетическую энергию E_k абсолютно твёрдого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси

ВНИМАНИЕ: для защиты лабораторной работы необходимо её оформить, провести расчёты согласно результатам эксперимента для Вашей бригады, грамотно заполнить таблицы, проверить размерность формул, грамотно записать ответы и ответить в письменном виде на контрольные вопросы.
Сфотографируйте Вашу работу, а так же ответы на контрольные вопросы, и пришлите фотографии мне на WhatsApp по тел. +79092075972
Не забудьте подписать Вашу лабораторную работу.
Тому, кто выполнит все требования, я зачту лабораторную работу.

Бригада 1 и 6 m = 140г m_c = 3 г ***Таблица 1***

№ опыта	r, м	R_1, м	R_2, м	T_1, с	T_2, с	α °	α рад	v_i, м/с	$\langle v \rangle$, м/с	$S_{\langle v_0 \rangle}$, м/с
1	0,15	0,03	0,10	1,857	4,049	10				
2	0,15			1,759	4,036	11				
3	0,15			1,834	4,018	9				
4	0,15			1,869	4,043	12				
5	0,15			1,798	4,039	11				

Бригада 2 и 7 m = 140г m_c = 3 г ***Таблица 1***

№ опыта	r, м	R_1, м	R_2, м	T_1, с	T_2, с	α °	α рад	v_i, м/с	$\langle v \rangle$, м/с	$S_{\langle v_0 \rangle}$, м/с
1	0,16	0,03	0,10	1,954	4,149	12				
2	0,16			1,879	4,136	11				
3	0,16			1,935	4,118	12				
4	0,16			1,898	4,143	13				
5	0,16			1,918	4,139	12				

Бригада 3 и 8 m = 140г m_c = 3 г ***Таблица 1***

№ опыта	r, м	R_1, м	R_2, м	T_1, с	T_2, с	α °	α рад	v_i, м/с	$\langle v \rangle$, м/с	$S_{\langle v_0 \rangle}$, м/с
1	0,14	0,03	0,10	1,957	4,249	14				
2	0,14			1,874	4,236	13				
3	0,14			1,945	4,228	15				
4	0,14			1,898	4,241	14				
5	0,14			1,928	4,239	13				

Бригада 4 и 9 $m = 140$г $m_c = 3$ г **Таблица 1**

№ опыта	r, м	R_1, м	R_2, м	T_1, с	T_2, с	α °	α рад	v_i, м/с	$<v>$, м/с	$S_{<v_0>}$, м/с
1	0,15	0,03	0,10	1,917	4,259	16				
2	0,15			1,894	4,246	17				
3	0,15			1,925	4,238	16				
4	0,15			1,899	4,251	15				
5	0,15			1,921	4,249	16				

Бригада 5 и 10 $m = 140$г $m_c = 3$ г **Таблица 1**

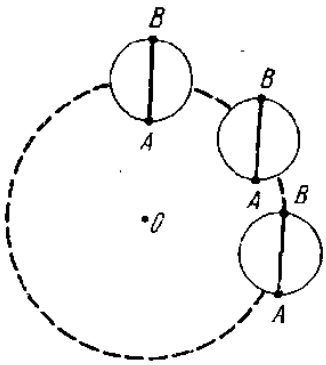
№ опыта	r, м	R_1, м	R_2, м	T_1, с	T_2, с	α °	α рад	v_i, м/с	$<v>$, м/с	$S_{<v_0>}$, м/с
1	0,17	0,03	0,10	1,909	4,259	18				
2	0,17			1,897	4,246	17				
3	0,17			1,915	4,238	18				
4	0,17			1,898	4,251	16				
5	0,17			1,911	4,249	18				

Ответы на контрольные вопросы

1. Что такое поступательное и вращательное движение твёрдого тела, их особенность

Различают два основных вида движения абсолютно твёрдого тела: *поступательное* и *вращательное*.

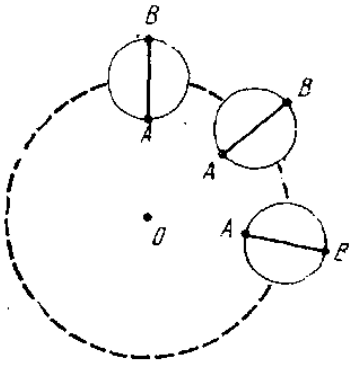
Поступательным *называется движение, при котором любая прямая, проведённая в теле, остаётся параллельной сама себе при движении тела.*



Основными особенностями поступательного движения являются следующие обстоятельства:

- при поступательном движении все точки тела движутся совершенно одинаково, то есть имеют одну и ту же линейную скорость $\vec{v}$, ускорение $\vec{a}$, траектории движения, совершают одинаковые перемещения $\Delta\vec{r}$ и проходят одинаковый путь S;
- в этом случае, при описании движения тела, его можно рассматривать как материальную точку.

Вращательным *называется движение, при котором все точки тела описываю окружности, центры которых лежат на одной и той же прямой, называемой* ***осью вращения тела****.*



Основной особенностью вращательного движения является следующее обстоятельство:

- при вращательном движении все точки тела движутся с одной и той же угловой скоростью $\vec{\omega}$, угловым ускорением $\vec{\varepsilon}$ и совершают одинаковые угловые перемещения $d\varphi$, имеют одинаковые период T и частоту вращения n.

2. Момент инерции материальной точки и абсолютно твёрдого тела. Собственные моменты инерции твёрдого тела. Теорема Штейнера.

Материальной точкой *называется тело, имеющее массу, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь.*

Абсолютно твёрдым телом *называется тело, деформациями которого в условиях данной задачи можно пренебречь.*

Момент инерции тела I

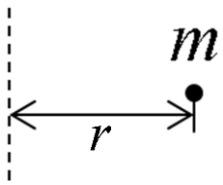
Наблюдения показывают, что при рассмотрении вращательного движения тела, основной характеристикой инертных свойств тела является не масса этого тела m, а величина, которая называется ***моментом инерции тела*** I (и).

Момент инерции тела зависит не только от массы и формы тела, но и от распределения его массы по объёму тела.

Моментом инерции материальной точки относительно оси вращения Z называется скалярная величина I равная произведению массы материальной точки m на квадрат кратчайшего расстояния r^2 от оси вращения Z до рассматриваемой материальной точки:

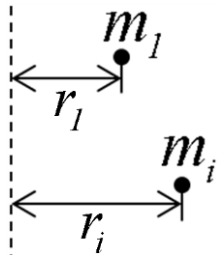
$$I = mr^2 .$$

$[I] = кг \cdot м^2$, килограмм-метр в квадрате.



Моментом инерции системы материальных точек относительно оси вращения Z называется скалярная величина I, равная сумме произведений масс материальных точек системы m_i на квадраты кратчайших расстояний r_i^2 от оси вращения Z до рассматриваемых материальных точек системы:

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 .$$



Реальное твёрдое тело можно рассматривать как совокупность бесконечного числа материальных точек. Поэтому,

моментом инерции твёрдого тела относительно неподвижной оси вращения Z называется скалярная величина I равная пределу суммы $\sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$ при стремлении числа материальных точек, из которых состоит тело, к бесконечности:

$$I = \lim_{n \to \infty} \sum m_i r_i^2 = \int_m r^2 dm = \int_V r^2 \rho dV ,$$

где ρ (ро) - это функция распределения плотности тела по координатам, а сам интеграл вычисляется по всему объёму данного тела.

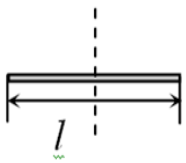
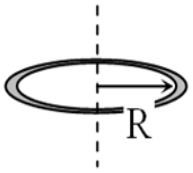
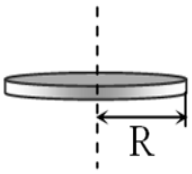
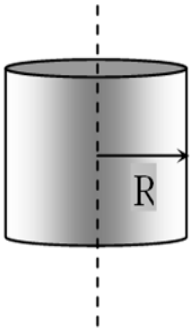
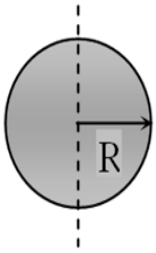
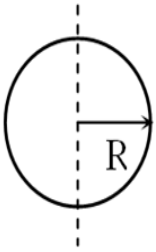
На практике, момент инерции тела обычно определяют опытным путём, так как математически его определить бывает очень сложно.

Собственный момент инерции тела

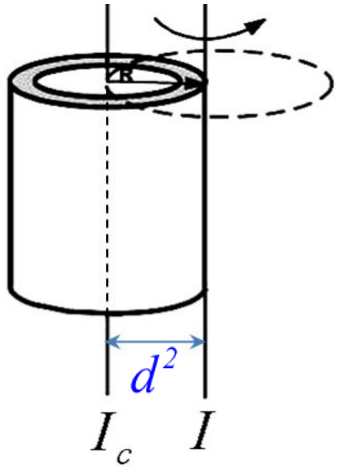
Собственным моментом инерции тела *называется момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс тела.*

Собственные моменты инерции некоторых однородных тел массой *m*

Таблица 1

однородный тонкий стержень длиной l	однородный тонкий обруч радиусом R	однородный тонкий диск радиусом R	однородный сплошной цилиндр радиусом R	однородный шар радиусом R	однородная сфера радиусом R
					
$I = \frac{ml^2}{12}$	$I = mR^2$	$I = \frac{mR^2}{2}$	$I = \frac{mR^2}{2}$	$I = \frac{2}{5}mR^2$	$I = \frac{2}{3}mR^2$

Если необходимо найти момент инерции тела относительно произвольной оси, не проходящей через центр масс тела, то применяют *теорему Штейнера*.



Теорема Штейнера

Момент инерции твёрдого тела I *относительно произвольной оси, не проходящей через центр масс тела, равен сумме момента инерции этого тела* I_c *относительно оси, проходящей через центр масс тела и параллельной данной, и произведения массы этого тела* m *на квадрат расстояния между этими осями* d^2:

$$I = I_c + md^2 .$$

3. Момент импульса материальной точки. Момент импульса абсолютно твёрдого тела

Момент импульса L материальной точки и абсолютно твёрдого тела

Моментом импульса $\vec{L}$ (эль) ***материальной точки относительно неподвижной точки О*** *называется векторная величина, равная векторному произведению радиус-вектора* $\vec{r}$ *, проведённого из точки* O *в рассматриваемую материальную точку, на её импульс* $\vec{p}$:

$$\vec{L} = [\vec{r}\,\vec{p}],$$

где $[L] = Дж \cdot c$, Джоуль - секунда.

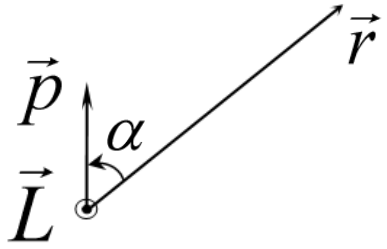


Рис. 1

Направление вектора момента импульса $\vec{L}$ определяется ***по правилу буравчика:***

если совместить начала перемножаемых векторов в точке О и вращать рукоятку буравчика по кратчайшему повороту от первого сомножителя в векторном произведении $\vec{r}$ *ко второму* $\vec{p}$ *, то поступательное движение буравчика укажет направление вектора* $\vec{L}$ (см. рис. 1)

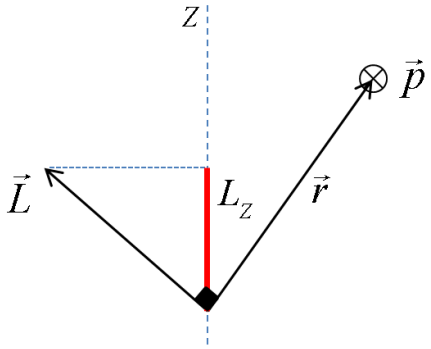
На рис. 1 вектор $\vec{L}$ направлен перпендикулярно плоскости чертежа на нас (обозначается кружочком с точкой внутри).

При этом следует помнить, что начало вектора $\vec{L}$ совпадает с точкой O, сам вектор $\vec{L}$ перпендикулярен одновременно векторам $\vec{r}$ и $\vec{p}$, а его величину можно определить по формуле

$$L = rp\sin\alpha = rmv\sin\alpha,$$

где α - угол между векторами $\vec{r}$ и $\vec{p}$,

Величина $\vec{L}$ зависит от выбора точки О.

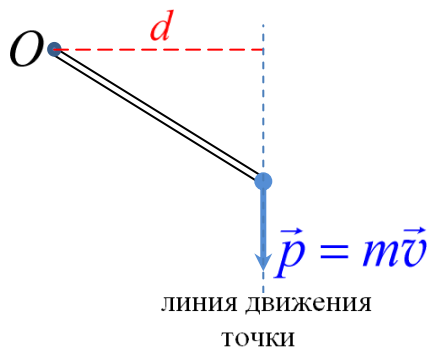


Моментом импульса материальной точки L_Z ***относительно неподвижной оси Z*** *называется скалярная величина, равная проекции на эту ось вектора момента импульса* $\vec{L}$ *относительно любой точки O, выбранной на этой оси*:

$$L_Z = [\vec{r}\vec{p}]_Z,$$

где L_Z - момент импульса относительно неподвижной оси Z,

$[L_Z] = Дж \cdot c$, Джоуль-секунда;



Если импульс точки $\vec{p}$ направлен перпендикулярно оси Z, то момент импульса L_Z относительно оси Z можно определить по формуле

$$L_Z = pd,$$

где $p = mv$ - импульс материальной точки, $Н \cdot с$;

d - кратчайшее расстояние от оси Z до линии движения материальной точки, *м*.

Величина L_Z не зависит от выбора точки О на оси вращения Z.

Моментом импульса L ***абсолютно твёрдого тела, вращающегося относительно неподвижной оси*** Z *называется скалярная величина, равная произведению момент инерции этого тела* I *относительно оси вращения, на его угловую скорость* ω:

$$L = I\omega,$$

где L (эль)-момент импульса твёрдого тела относительно оси вращения, $Дж \cdot с$;

I - момент инерции твёрдого тела относительно оси вращения, $кг \cdot м^2$;

ω - угловая скорость вращения тела, $\frac{рад}{с}$.

4. Сформулируйте:

- **основное уравнение динамики вращательного движения абсолютно твёрдого тела,**
- **закон изменения момента импульса механической системы,**
- **закон изменения момента импульса механической системы относительно неподвижной оси вращения**

Основное уравнение динамики вращательного движения абсолютно твёрдого тела

В инерциальной системе отсчёта алгебраическая сумма моментов всех внешних сил $\sum M_{zi}^{внеш}$, *действующих на тело относительно неподвижной оси вращения* Z, *равна произведению момента инерции этого тела относительно этой оси* I_z, *на сообщённое ему угловое ускорение* ε:

$$\sum M_{zi}^{внеш} = I_z \varepsilon \quad \text{или} \quad M_{рез_Z}^{внеш} = I_z \varepsilon,$$

где $M_{рез_Z}^{внеш} = \sum M_{zi}^{внеш}$ - результирующий момент всех внешних сил, действующих на тело относительно неподвижной оси вращения Z.

Закон изменения момента импульса механической системы относительно неподвижной оси вращения

В инерциальной системе отсчёта произведение алгебраической суммы моментов всех внешних сил $\sum M_{iz}^{внеш}$ *, действующих на тела механической системы относительно неподвижной оси вращения Z, на время действия этих сил* t *, равно изменению момента импульса этой системы* $L_{2z} - L_{1z}$ *относительно этой же оси вращения Z:*

$$\left(\sum M_{iz}^{внеш}\right)t = L_{2z} - L_{1z},$$

где $L_{1z} = \left(\sum L_{iz}\right)_{до}$ и $L_{2z} = \left(\sum L_{iz}\right)_{после}$ - момент импульса системы до и после взаимодействия относительно оси вращения Z.

Закон сохранения момента импульса механической системы относительно неподвижной оси вращения

В инерциальной системе отсчёта момент импульса замкнутой механической системы относительно неподвижной оси вращения Z *не изменяется при любых движениях и взаимодействиях тел системы:*

$$\left(\sum L_{iz}\right)_{до} = \left(\sum L_{iz}\right)_{после}.$$

Замкнутой называется система тел, на которую не действуют внешние силы или векторная сумма всех внешних сил равна нулю.

Внешними называются силы, действующие на систему со стороны тел, не входящих в рассматриваемую систему.

Внутренними называются силы, действующие между телами самой системы.

5. Как определить кинетическую энергию E_k абсолютно твёрдого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси

Кинетической энергией E_k ***абсолютно твёрдого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси*** Z *называется скалярная величина, равная половине произведения момента инерции этого тела* I *относительно оси вращения Z, на квадрат его угловой скорости* ω^2:

$$E_k = \frac{I\omega^2}{2},$$

где E_k - кинетическая энергия вращающегося тела, $Дж$;

I - момент инерции твёрдого тела относительно оси вращения, $кг \cdot м^2$;

ω - угловая скорость вращения тела, $\frac{рад}{с}$.