

## Работа 4-8: Определение постоянной Стефана-Больцмана и постоянной Планка

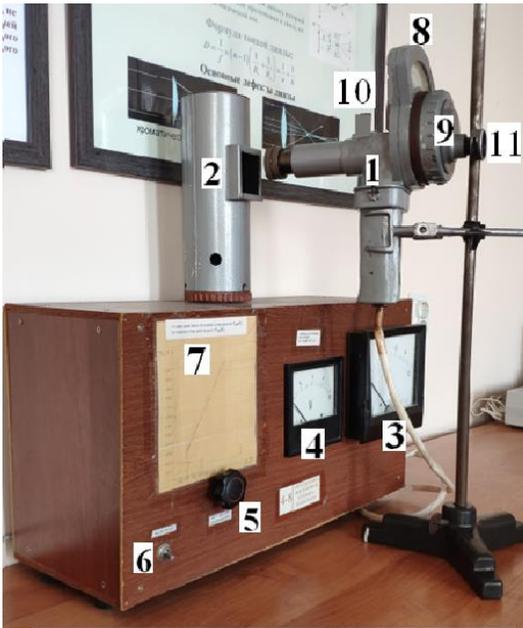
Студент \_\_\_\_\_ группа \_\_\_\_\_

Допуск \_\_\_\_\_ Выполнение \_\_\_\_\_ Защита \_\_\_\_\_

**Цель работы:** изучение основных закономерностей теплового излучения и определение постоянной Стефана-Больцмана и постоянной Планка.

**Приборы и принадлежности:** оптический пирометр с исчезающей нитью, латр, амперметр, вольтметр, лампа с исследуемой вольфрамовой нитью накаливания.

### Описание установки



Методы изменения температуры тела по его тепловому излучению называются **оптической пирометрией**. Они особенно удобны при измерении высоких температур. Один из таких методов – **яркостной метод измерения температуры**.

Он основан на визуальном сравнении яркости эталона – раскалённой дугообразной нити лампы пирометра **1** с яркостью изображения раскалённого исследуемого тела (в нашем случае вольфрамовой нити лампы накаливания в тубусе **2**). *Равенство видимых яркостей, фиксируется по исчезновению изображения нити пирометра на фоне раскалённой вольфрамовой нити лампы накаливания в тубусе **2**.*

Ток в нити лампы пирометра **1** можно изменять, вращая регулятор напряжения – латр **9**. Значения тока

**Рис. 1.** Внешний вид установки

$I_i$  и напряжения  $U_i$  на вольфрамовой нити лампы накаливания в тубусе **2** измеряются амперметром **3** и вольтметром **4**, а яркостную температуру  $T_{\text{ярк}}$  вольфрамовой нити накаливания - по шкале оптического пирометра **8** (шкала пирометра проградуирована в градусах Цельсия, а расчёты необходимо проводить в градусах Кельвина!).

## Выполнение работы

### Упражнение 1. Определение постоянной Стефана-Больцмана $\sigma$

1. Включите установку тумблером **6** (см. рис. 1).
2. Установите белую отметку на переключателе **10** пирометра напротив серой отметки на корпусе пирометра.
3. Регулятором **5**, подавая напряжение  $U_i$  на вольфрамовую нить накаливания, добейтесь видимого свечения этой нити в тубусе **2** (см. рис. 1). Запишите в таблицу 1 величину напряжения  $U_i$  и силы тока  $I_i$ , текущего по вольфрамовой нити.



**Рис. 2**

4. Совместите, глядя в окуляр пирометра **11**, дугообразную нить пирометра с вольфрамовой нитью лампы накаливания тубуса **2**.
5. Поворотом латра **9** (см. рис. 1) добейтесь равенства видимых яркостей среднего участка дугообразной нити пирометра и фона раскалённой вольфрамовой нити (см. рис. 2) и отсчитайте

яркостную температуру  $T_{\text{ярк}}$  по нижней шкале пирометра **8** (см. рис. 1).

Если температура вольфрамовой нити окажется больше  $1400^\circ\text{C}$ , то введите ослабляющий светофильтр, установив белую отметку на переключателе **10** пирометра напротив красной отметки на корпусе пирометра. Температуру в этом случае отсчитывайте по верхней шкале пирометра.

**Внимание:** шкала пирометра проградуирована в градусах Цельсия, а в таблицу и в формулу яркостную температуру  $T_{\text{ярк}}$  и истинную температуру вольфрамовой нити  $T$  необходимо перевести в градусы Кельвина!

Таблица 1

№	U, В	I, мА	T <sub>ярк</sub> , К	T, К	a <sub>T</sub>	σ <sub>i</sub> , Вт м <sup>2</sup> ·К <sup>4</sup>	⟨σ⟩, Вт м <sup>2</sup> ·К <sup>4</sup>	S <sub>⟨σ⟩</sub> , Вт м <sup>2</sup> ·К <sup>4</sup>
1								
2								
3								

6. Операцию, описанную в пункте 5, повторите ещё два раза при других значениях напряжения  $U_i$  в цепи вольфрамовой нити и силы тока  $I_i$  в ней.
7. Определите для каждого случая истинную температуру  $T_i$  раскалённой вольфрамовой нити по таблице 3, зная яркостную температуру вольфрамовой нити  $T_{\text{ярк}}$ .

8. Рассчитайте для каждого значения истинной температуры  $T_i$  постоянную Стефана – Больцмана  $\sigma$  по формуле:

$$\sigma_i = \frac{I_i U_i}{a_T S T_i^4} \quad (1)$$

где  $S = 5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$  - площадь поверхности фольфрамовой нити.

Значение коэффициента черноты  $a_T$  для вольфрамовой нити возьмите из таблицы 3 .

Её величина зависит от яркостной температуры  $T_{\text{ярк}}$  вольфрамовой нити.

11. Определите среднее значение постоянной Стефана – Больцмана по формуле:

$$\langle \sigma \rangle = \frac{\sum \sigma_i}{n},$$

где  $n$  - число измерений.

12. Среднеквадратичное значение  $S_{\langle \sigma \rangle}$  определите по формуле:  $S_{\langle \sigma \rangle} = \sqrt{\frac{\sum (\sigma_i - \langle \sigma \rangle)^2}{n(n-1)}}$ ,

где  $n$  - число измерений.

13. Ответ запишите в виде:  $\sigma = \langle \sigma \rangle \pm t_{p,k} S_{\langle \sigma \rangle}$ ,

где для  $n=3$  и вероятности доверительного интервала  $p=0,95$ , коэффициент Стьюдента равен  $t_{pk}=3,2$ .

14. Определите относительную погрешность измерения постоянной Стефана – Больцмана:

$$\varepsilon = \left| \frac{\sigma_{\text{теория}} - \langle \sigma \rangle}{\langle \sigma \rangle} \right| \cdot 100 \%,$$

где  $\sigma_{\text{теория}} = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$  - теоретическое значение,  $\langle \sigma \rangle$  - среднее значение, полученное из опыта.

15. Сделайте соответствующий вывод.

## Упражнение 2. Вычисление постоянной Планка $h$

1. Выпишите в таблицу 2 полученные из упражнения 1 три значения постоянной Стефана – Больцмана  $\sigma_i$ .

**Таблица 2**

№	$\sigma_i,$ $\frac{Вт}{м^2 \cdot К^4}$	$h_i,$ $Дж \cdot с$	$\langle h \rangle,$ $Дж \cdot с$	$S_{\langle h \rangle},$ $Дж \cdot с$
1				
2				
3				

2. По полученным значениям постоянной Стефана – Больцмана  $\sigma_i$ , рассчитайте соответствующие значения постоянной Планка  $h_i$  по формуле:

$$h_i = \sqrt[3]{\frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 \sigma_i}},$$

где  $c = 3 \cdot 10^8 \frac{м}{с}$  - скорость света в вакууме,  $\pi = 3,14$ ,

$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{Дж}{К}$  - постоянная Больцмана.

3. Среднее значение постоянной Планка определите по формуле:

$$\langle h \rangle = \frac{\sum h_i}{n}, \text{ где } n - \text{число измерений.}$$

4. Среднеквадратичное значение  $S_{\langle h \rangle}$  определите по формуле:  $S_{\langle h \rangle} = \sqrt{\frac{\sum (h_i - \langle h \rangle)^2}{n(n-1)}}$ ,

где  $n$  - число измерений.

5. Ответ запишите в виде:  $h = \langle h \rangle \pm t_{p,k} S_{\langle h \rangle}$ ,

где для  $n=3$  и вероятности доверительного интервала  $p=0,95$ , коэффициент Стьюдента равен  $t_{pk}=3,2$ .

5. Определите относительную погрешность измерения постоянной Планка

$$\varepsilon = \left| \frac{h_{теория} - \langle h \rangle}{\langle h \rangle} \right| \cdot 100 \%,$$

где  $h_{теория} = 6,63 \cdot 10^{-34} Дж \cdot с$  - теоретическое значение,  $\langle h \rangle$  - среднее значение, полученное из опыта.

6. Сделайте соответствующий вывод.

## Характеристики излучения вольфрамовой нити

**Таблица 3**

$T, K$	$T_{ярк}, K$	$a_T$
1000	966	0,105
1100	1056	0,123
1200	1149	0,141
1300	1256	0,162
1400	1330	0,175
1500	1419	0,191
1600	1508	0,207
1700	1566	0,222
1800	1624	0,237
2000	1857	0,256
2100	1943	0,274

**Контрольные вопросы**

1. Что такое тепловое излучение? Дайте определения основным характеристикам теплового излучения.
2. Что такое абсолютно чёрное, серое и реальное тела?
3. Что такое термодинамическое равновесие?
4. Основные характеристики теплового излучения.
5. Модель абсолютно чёрного тела. Кривые теплового излучения абсолютно чёрного тела. Анализ кривых теплового излучения.
6. Сформулируйте основные законы теплового излучения.

## Ответы на контрольные вопросы

### 1. Что такое тепловое излучение? Дайте определения основным характеристикам теплового излучения

**Тепловым** называется электромагнитное излучение, обусловленное тепловым движением атомов и молекул вещества (то есть его внутренней энергией) и зависящее только от температуры и оптических свойств вещества.

Все тела при температуре выше абсолютного нуля  $T = 0\text{K}$ , излучают тепловую энергию.

### 2. Что такое абсолютно чёрное, серое и реальное тела?

**Коэффициентом поглощения**  $\alpha_{\nu, T}$  называется величина, равная отношению падающей на тело энергии  $W_{\text{падающая}}$  за какой-то промежуток времени, к величине поглощённой энергии  $W_{\text{поглощённая}}$  за тот же промежуток времени:

$$\alpha_{\nu, T} = \frac{W_{\text{поглощённая}}}{W_{\text{падающая}}}, \quad [\alpha_{\nu, T}] = \text{безразмерная}.$$

По оптическим свойствам все тела делятся на: абсолютно чёрные тела, серые тела и реальные тела.

**Абсолютно чёрным телом** называется тело, которое при любой температуре поглощает всё падающее на него тепловое излучение.

Для абсолютно чёрного тела коэффициент поглощения  $\alpha_{\nu, T} = 1$ .

**Серым телом** называется тело, коэффициент поглощения которого меньше единицы  $\alpha_{\nu, T} < 1$ , но одинаков для всех частот при данной температуре.

(при разных температурах  $T$ , коэффициент поглощения серого тела  $\alpha_{\nu, T}$  в общем случае может быть различным).

**Реальным телом** называется тело, коэффициент поглощения которого меньше единицы  $\alpha_{\nu, T} < 1$ , но зависит от частоты и температуры тела.

### 3. Что такое термодинамическое равновесие?

Всякое тело, излучая само, вместе с тем поглощает часть лучистой энергии, испускаемой другими телами. Этот процесс называется **лучепоглощением**.

Испуская энергию и одновременно поглощая, тело может прийти в состояние теплового равновесия, когда его температура уже не изменяется. Температура, соответствующая этому состоянию, называется **температурой лучистого равновесия**.

**Термодинамическим равновесием системы** называется такое состояние системы, при котором любое тело системы излучает ровно столько тепловой энергии, сколько его поглощает за одно и то же время.

При термодинамическом равновесии все тела системы имеют одну и ту же температуру  $T$ .

Это выравнивание температуры происходит автоматически: каждое тело за одно и то же время поглощает такое же количество теплоты, сколько его и излучает за тот же промежуток времени.

#### 4. Основные характеристики теплового излучения

Для количественной оценки процессов лучеиспускания и лучепоглощения вводятся следующие характеристики:

- **спектральная плотность энергетической светимости** (или **спектральная лучеиспускательная способность тела**)  $r_{\lambda,T}$  (или  $r_{\nu,T}$ ) - величина, равная отношению энергии  $dW$ , которую излучает поверхность площадью  $dS$  за время  $dt$  в интервале длин волн  $d\lambda$  (или частот  $d\nu$ ).

$$r_{\lambda,T} = \frac{dW}{dS \cdot dt \cdot d\lambda}, \quad [r_{\lambda,T}] = \frac{\text{Дж}}{c \cdot \text{м}^3} \equiv \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}.$$

или

$$r_{\nu,T} = \frac{dW}{dS \cdot dt \cdot d\nu}, \quad [r_{\nu,T}] = \frac{\text{Дж}}{c \cdot \text{м}^2 \cdot \frac{1}{c}} \equiv \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2}.$$

- **энергетическая светимость**  $R_T$  (или **интегральная лучеиспускательная способность тела**) – величина, равная отношению энергии  $dW$ , которую излучает поверхность площадью  $dS$  за время  $dt$  во всём интервале длин волн  $0 < \lambda < \infty$  (или частот  $0 < \nu < \infty$ ):

$$R_T = \frac{dW}{dS \cdot dt}, \quad [R_T] = \frac{\text{Дж}}{c \cdot \text{м}^2} \equiv \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Причём:

$$R_T = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu.$$

#### 5. Модель абсолютно чёрного тела.

##### Кривые теплового излучения абсолютно чёрного тела.

##### Модель абсолютно чёрного тела

Абсолютно чёрных тел в природе не существует. Однако, модель такого тела создать можно (рис.1).

Если взять твёрдую замкнутую оболочку, зачернённую с внутренней стороны и имеющую маленькое входное отверстие, то полость этой оболочки будет вести себя как абсолютно чёрное тело. Любое тепловое излучение, попавшее вовнутрь этой оболочки, будет испытывать многократные отражения от её стенок, пока полностью поглотится.

Если же такую оболочку окружить теплоизолирующими стенками и нагреть, то из отверстия этой оболочки будет выходить излучение подобное излучению абсолютно чёрного тела.

Разлагая это излучение в спектр, и, измеряя интенсивность различных участков спектра, можно экспериментально получить **кривые теплового излучения абсолютно чёрного тела**.

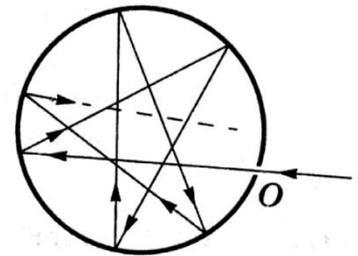


Рис. 1

Результаты таких исследований показаны на рис 2.

### Кривые теплового излучения абсолютно чёрного тела при различных температурах

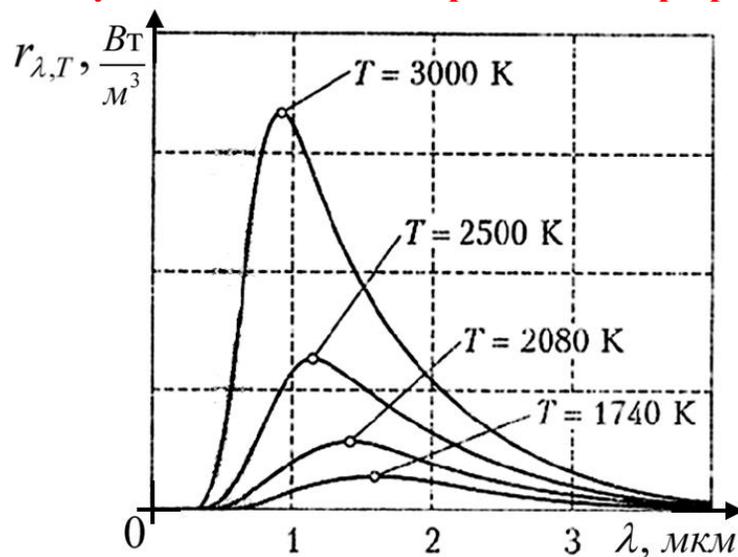


Рис. 2

Анализ этих кривых показывает, что:

- тепловое излучение абсолютно чёрного тела имеет сплошной спектр,
- с увеличением температуры тела максимум интенсивности излучения смещается в сторону меньших длин волн (или в сторону больших частот),
- с увеличением температуры резко возрастает максимальное значение спектральной плотности энергетической светимости тела.

Площадь под любой кривой теплового излучения равна энергетической светимости абсолютно черного тела  $R_T$  при данной температуре.

## 6. Сформулируйте основные законы теплового излучения

### Закон Кирхгофа для теплового излучения реальных тел

Связь между излучательной  $r_{\nu,T}$  и поглощательной  $\alpha_{\nu,T}$  способностью реальных тел теоретически получил Кирхгоф в 1859 г, основываясь на втором начале термодинамики и анализе условий термодинамического равновесия тел. Он получил следующий **закон Кирхгофа**:

*Отношение спектральной плотности энергетической светимости любого тела  $r_{\nu,T}$  к его поглощательной способности  $\alpha_{\nu,T}$  при данной температуре  $T$  не зависит от природы тела и является для всех тел универсальной функцией частоты излучения и температуры, равной спектральной плотности энергетической светимости абсолютно чёрного тела  $r_{\nu,T}^{AчТ}$ , т.е.*

$$\frac{r_{\nu,T}}{\alpha_{\nu,T}} = r_{\nu,T}^{AчТ} . \quad (1)$$

Уравнение  $r_{\nu,T}^{AчТ}$  в формуле (1) называют функцией Кирхгофа.

Таким образом, из закона Кирхгофа (1) следует, что:

- тепловое излучение реальных тел всегда меньше теплового излучения абсолютно чёрного тела (так как для реальных тел всегда  $\alpha_{\nu, T} < 1$ ),
- тело, которое сильнее поглощает тепловое излучение в каком-либо интервале частот  $d\nu$  (или длин волн  $d\lambda$ ), будет сильнее в этом же интервале частот  $d\nu$  (или длин волн  $d\lambda$ ) и излучать,
- если два тела при одной и той же температуре  $T$  поглощают разное количество тепловой энергии, то и излучение этих тел при этой же температуре должно быть различным.

### **Закон Стефана-Больцмана для теплового излучения абсолютно чёрного тела**

Экспериментально зависимость энергетической светимости  $R_T$  абсолютно чёрного тела от его абсолютной температуры  $T$  была установлена Стефаном в 1879 г, а теоретически - Больцманом в 1884 г.

#### **Закон Стефана-Больцмана:**

*энергетическая светимость  $R_T$  абсолютно чёрного тела прямо пропорциональна четвертой степени его абсолютной температуры*

$$R_T = \sigma T^4, \quad (2)$$

где  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$  - постоянная Стефана-Больцмана,

$T$  - абсолютная температура тела,  $K$ .

### **Законы Вина для теплового излучения абсолютно чёрного тела**

Вин в 1893 году, применяя электромагнитную теорию Максвелла к проблеме теплового излучения абсолютно чёрного тела, получил следующий вид функции Кирхгофа  $r_{\nu, T}^{AQT}$ :

$$r_{\nu, T}^{AQT} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}} \quad (3)$$

Однако уравнение (3) оказалось не точным. Оно даёт хорошее согласие с опытом в области спектра больших частот (когда  $h\nu \gg kT$ ), но противоречит наблюдениям в области малых частот (когда  $h\nu \ll kT$ ).

Однако из уравнения (3) можно получить ещё два закона:

#### **Закон смещения Вина**

*Длина волны  $\lambda_{\max}$ , на которую приходится максимум теплового излучения абсолютно чёрного тела, обратно пропорциональна его абсолютной температуре  $T$ :*

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}, \quad (3)$$

где  $b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$  – постоянная Вина,  $T$  - абсолютная температура тела,  $K$ .

### **Второй закон Вина**

Величина максимального значения спектральной плотности энергетической светимости абсолютно чёрного тела  $r_{\lambda,T}^{\max}$  прямо пропорциональна пятой степени его абсолютной температуры  $T$  :

$$r_{\lambda,T}^{\max} = CT^5, \quad (4)$$

где  $C = 1,30 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3 \cdot \text{К}^5}$  - постоянная Вина,  $T$  - абсолютная температура тела,  $\text{К}$ .

### **Закон Рэлея-Джинса для теплового излучения абсолютно чёрного тела**

Вид функции Кирхгофа  $r_{\nu,T}^{AQT}$  пытались определить многие учёные, например, Рэлей (1900 г) и Джинс (1909 г), которые исходя из теоремы классической статистической физики о равномерном распределении энергии по степеням свободы, получили

**закон Рэлея-Джинса:**

*Спектральная плотность энергетической светимости абсолютно чёрного тела прямо пропорциональна его абсолютной температуре*

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT. \quad (5)$$

где  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$  - постоянная Больцмана,  $T$  – абсолютная температура тела,  $\text{К}$ .

Однако это уравнение (5) даёт хорошее совпадение с опытом только в области спектра малых частот (когда  $h\nu \ll kT$ ) и полностью противоречит с опытом в области спектра больших частот (когда  $h\nu \gg kT$ ). Это сильное несоответствие теории с опытом получило название **«ультрафиолетовой катастрофы»**

### **Закон Планка для теплового излучения абсолютно чёрного тела**

Попытки теоретически получить правильный вид функции Кирхгофа  $r_{\nu,T}^{AQT}$  для всей области спектра излучения абсолютно чёрного тела, основанные на законах классической термодинамики, не увенчались успехом. Только в 1900 году Макс Планку удалось получить вид функции Кирхгофа  $r_{\nu,T}^{AQT}$ , который хорошо согласовывался с опытными данными во всём спектре излучения абсолютно чёрного тела.

Для получения правильного вида функции Кирхгофа  $r_{\nu,T}^{AQT}$  Планку пришлось отказаться от классических представлений о непрерывности излучения электромагнитных волн. Он высказал гипотезу, что электромагнитное излучение испускается телом не непрерывно, как считали все предыдущие учёные, а в виде отдельных порций энергии  $\mathcal{E}$  (квантов), величина которых пропорциональна частоте излучения:

$$\mathcal{E} = h\nu,$$

где  $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$  - постоянная Планка,  $\nu$  - частота излучения,  $\text{Гц}$ .

На основе этих предположений Планк теоретически получил закон, который правильно описывает весь спектр теплового излучения абсолютно чёрного тела (**закон Планка**):

$$r_{\nu,T}^{A_{\text{чт}}} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \quad (6)$$

где  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  Дж·с - постоянная Планка;  $\nu$  - частота излучения, Гц;

$T$  - абсолютная температура тела, К;  $c = 3 \cdot 10^8$   $\frac{\text{м}}{\text{с}}$  – скорость света в вакууме;

$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$   $\frac{\text{Дж}}{\text{К}}$  - постоянная Больцмана;

$e = 2,72$  – основание натуральных логарифмов (Неперово число).

Формула Планка (6) находится в полном соответствии с опытными данными. Из этой формулы получаются как следствие все остальные законы теплового излучения.