

Гармонические колебания и их характеристики

Гармоническими называются колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется со временем по закону синуса или косинуса:

$$\begin{aligned} x &= A \cos(\omega_0 t + \varphi) \\ \text{или} \\ x &= A \sin(\omega_0 t + \alpha), \end{aligned} \quad (1.1)$$

где

x (икс) - колеблющаяся величина (например, смещение маятника, заряд или напряжение на конденсаторе, сила тока в цепи и т.п.),

A - амплитуда колебания (то есть максимальное отклонение колеблющейся величины от положения равновесия),

ω_0 (омега нулевое) - круговая или циклическая частота колебаний, $\frac{рад}{с}$ (радиан в секунду);

φ (фи) (или α (альфа)) - начальная фаза колебания (это фаза колебания в начальный момент времени $t = 0$ с),

$[\varphi] = рад$ (радиан);

(начальная фаза колебания определяет значение колеблющейся величины в момент времени $t = 0$ с),

$\Phi = (\omega_0 t + \varphi)$ - фаза колебаний в произвольный момент времени t , $рад$ (радиан).

(фаза колебания определяет значение колеблющейся величины в данный момент времени t).

Периодом колебания T называется наименьший промежуток времени, через который колебания в точности повторяются.

$[T] = с$, секунда.

С точки зрения математики, **периодом колебания** называется время, за которое фаза колебания получает приращение 2π , то есть $\omega_0(t + T) + \varphi = (\omega_0 t + \varphi) + 2\pi$,

$$\text{Откуда} \quad T = \frac{2\pi}{\omega_0}. \quad (1.2)$$

Линейной частотой колебаний ν (или просто **частотой колебаний**) называется величина обратная периоду колебаний, то есть

$$\nu = \frac{1}{T}. \quad (1.3)$$

(частота колебаний ν показывает число полных колебаний, совершаемых системой за одну секунду)

$[\nu] = \frac{1}{с} \equiv Гц$, Герц.

$1 Гц$ – это частота периодического колебания, при которой за 1 с совершается одно полное колебание.

Сравнивая (1.2) и (1.3), получим $\omega_0 = 2\pi\nu$.

Маятники

Маятником называется твёрдое тело, совершающее механические колебания около неподвижной оси.

Например, математический маятник, физический маятник, пружинный маятник, оборотный маятник и др.

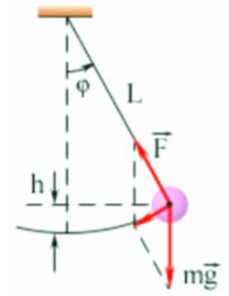
Если сил трения и сопротивления в системе нет, то период колебаний T различных маятников можно определить по следующим формулам.

Математический маятник

Математическим маятником называется идеализированная система, состоящая из материальной точки массой m , подвешенной на невесомой нерастяжимой нити, совершающей колебания в вертикальной плоскости под действием силы тяжести. (хорошим приближением математического маятника является небольшой тяжелый шарик, подвешенный на тонкой длинной нити)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} - \text{период колебаний математического маятника,}$$

где l - длина нити маятника, m ; g - ускорение свободного падения, $\frac{M}{c^2}$.



Пружинный маятник

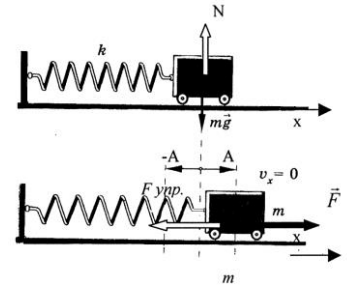
Пружинным маятником называется система, состоящая из груза массой m , прикрепленного к абсолютно упругой невесомой пружине, совершающего колебания под действием упругой силы вида $F = -kx$,

где k - коэффициент жесткости пружины, $[k] = \frac{H}{M}$;

x - величина деформации пружины, M .

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} - \text{период колебаний пружинного маятника,}$$

где k - коэффициент жесткости пружины, $\frac{H}{M}$; m - масса груза, KZ .



Физический маятник

Физическим маятником называется твердое тело, совершающее под действием силы тяжести колебания в вертикальной плоскости вокруг неподвижной горизонтальной оси, не проходящей через центр масс тела.

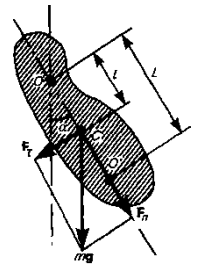
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}} - \text{период колебаний физического маятника,}$$

где

l - расстояние от центра масс маятника C до оси качания O , M ;

I - момент инерции маятника относительно оси качания, $KZ \cdot M^2$;

g - ускорение свободного падения, $\frac{M}{c^2}$; m - масса маятника, KZ .



Оборотный маятник

Оборотным маятником называется массивное твердое тело с двумя перемещающимися вдоль оси маятника трехгранными ножами, способное совершать колебания в вертикальной плоскости под действием силы тяжести вокруг каждого из ножей.

(Оборотный маятник используется для экспериментального определения ускорения свободного падения g).

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} - \text{период колебаний оборотного маятника.}$$

где величина L называется **приведенной длиной физического маятника** (т.е. это длина такого математического маятника $l_{\text{математического}}$, период колебаний которого равен периоду колебаний данного физического маятника, то есть $L = l_{\text{математического}}$), M .

Приведенная длина оборотного маятника L равна расстоянию между ножами оборотного маятника, когда период колебаний маятника на каждом из ножей одинаков, то есть $T_1 = T_2$.

g - ускорение свободного падения, $\frac{M}{c^2}$.



Кинематика механических колебаний

Рассмотрим в качестве примера механические колебания маятника.

Найдём первую и вторую производные по времени от смещения маятника x (или в общем случае от любой гармонически колеблющейся величины), то есть, соответственно, скорость v и ускорение a :

$$\frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}),$$

то есть
$$v = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}), \quad (1.4)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = a = -A\omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}) = A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi + \pi),$$

то есть
$$a = A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi + \pi). \quad (1.5)$$

Из уравнений (1.4) и (1.5) видно, что скорость v и ускорение a так же изменяются со временем по гармоническому закону с амплитудами, равными

$$v_{\max} = A\omega_0 \quad \text{и} \quad a_{\max} = A\omega_0^2.$$

Из сравнения (1.1) с (1.4) и (1.5) видно, что скорость v (1.4) отличается по фазе от смещения x (1.1) на $\pi/2$, а ускорение a (1.5) отличается по фазе от смещения x (1.1) на π .

Следовательно, в моменты времени, когда смещение тела равно нулю $x = 0$, скорость v достигает наибольшего значения

$$v_{\max} = A\omega_0.$$

Когда же смещение x достигает максимального значения $x = x_{\max}$, то скорость маятника становится равным нулю $v = 0$, а ускорение достигает наибольшего значения $a_{\max} = A\omega_0^2$.

Динамика механических колебаний

Согласно второму закону Ньютона, результирующая сила, действующая на маятник равна:

$$F = ma = -m\omega_0^2 x.$$

Следовательно, результирующая сила пропорциональна смещению маятника из положения равновесия и направлена в противоположную сторону смещения (то есть к положению равновесия).

Кинетическая энергия маятника, равна

$$E_K = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

Потенциальная энергия маятника, совершающего гармонические колебания под действием квазиупругой силы $F_x = -kx$, равна

$$E_{\Pi} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$$

Сложив (1.7) и (1.8), получим формулу для полной механической энергии маятника:

$$E = E_K + E_{\Pi} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}$$

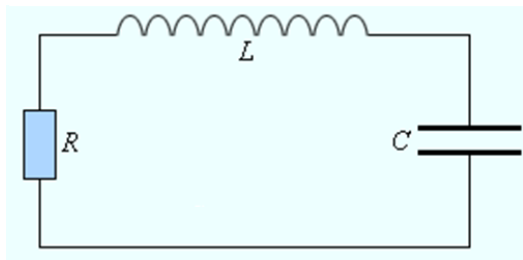
Поскольку сила вида $F_x = -kx$ является консервативной, следовательно, при гармонических колебаниях маятника будет **выполняться закон сохранения полной механической энергии**.

Следует обратить внимание на то, что кинетическая E_K и потенциальная E_{Π} энергия при колебаниях маятника изменяются с частотой в два раза большей, чем колеблется сам маятник, то есть с частотой $2\omega_0$.

Колебательный контур

Колебательным контуром называется электрическая цепь, состоящая из конденсатора ёмкостью C , катушки индуктивностью L и резистора сопротивлением R .

Различают *реальный* и *идеальный* колебательный контур.



- В реальном контуре сопротивление не равно нулю, то есть $R \neq 0$.
- В идеальном контуре сопротивление равно нулю, то есть $R = 0$.

В колебательном контуре совершают колебания:

- 1 энергия электрического поля конденсатора $W_{эл}$ и энергия магнитного поля катушки $W_{мп}$,
- 2 заряд q и напряжение u на конденсаторе,
- 3 сила тока i в цепи.

- Период электромагнитных колебаний в реальном колебательном контуре можно определить по формуле:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{1}{LC}\right)^2 - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}}.$$

- Период электромагнитных колебаний в идеальном колебательном контуре можно определить по формуле Томсона:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Волны

Поляризация света

Поляризацией света называется физическая характеристика оптического излучения, которая описывает поперечную анизотропию световых волн.

Иногда поляризацией света называют процесс получения поляризованного света из естественного или частично поляризованного.

Для получения и анализа поляризованного света применяют специальные приборы: **поляризаторы** и **анализаторы**.

Поляризатором называется устройство для получения поляризованного света.

Человеческий глаз не отличает естественный свет от поляризованного, поэтому для анализа поляризации света используют устройство, называемое *анализатором*.

Анализатором называется устройство для анализа вида и степени поляризации поляризованного света.

Степенью поляризации света называется скалярная величина, равная

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

где $I_{\max}$ и $I_{\min}$ соответственно максимальная и минимальная интенсивности света, пропускаемого анализатором.

- | | | | |
|--------------------------------------|--------------------------|-------------------|---------------|
| - для естественного света | $I_{\max} = I_{\min}$ | и, следовательно, | $P = 0$, |
| - для линейно поляризованного света | $I_{\min} = 0$ | и, следовательно, | $P = 1$, |
| - для частично поляризованного света | $I_{\max} \neq I_{\min}$ | и, следовательно, | $0 < P < 1$. |

Если на анализатор падает линейно поляризованный свет интенсивностью I_p , то интенсивность света, вышедшего из анализатора I_a , можно определить по **закону Малюса**:

Интенсивность света, прошедшего через анализатор I_a , равна интенсивности линейно поляризованного света, падающего на анализатор I_p , умноженной на квадрат косинуса угла φ между плоскостью поляризации падающего на анализатор света и плоскостью пропускания анализатора

$$I_a = I_p \cos^2 \varphi$$

Угол Брюстера α_{Br} , при котором наблюдается линейная поляризация отражённого от границы раздела двух диэлектриков света, определяется по следующей формуле:

$$\operatorname{tg} \alpha_{Br} = n_{21},$$

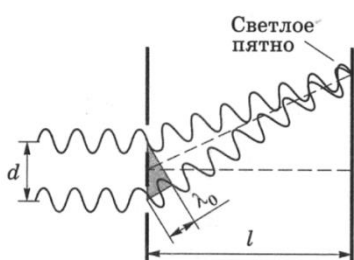
где $n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$ – относительный показатель преломления двух сред,

а n_1 и n_2 – абсолютные показатели преломления первой и второй среды соответственно.

Интерференция света

Интерференцией света называется явление устойчивого во времени усиления или ослабления света в различных точках пространства, которое происходит при наложении двух или нескольких когерентных волн.

Условие максимума при интерференции света

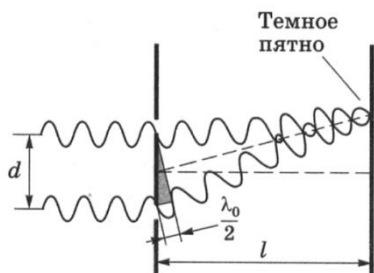


Если оптическая разность хода Δ интерферирующих лучей равна чётному числу полуволен $\frac{\lambda}{2}$, то будет наблюдаться **максимум** (в этом случае волны приходят в данную точку пространства в одинаковой фазе)

$$\Delta_{max} = 2k \frac{\lambda}{2},$$

где $\Delta = L_2 - L_1 = S_2 n_2 - S_1 n_1$ – оптическая разность хода интерферирующих лучей, м

Условие минимума при интерференции света



Если оптическая разность хода Δ интерферирующих лучей равна нечётному числу полуволен $\frac{\lambda}{2}$, то будет наблюдаться **минимум** (в этом случае волны приходят в данную точку пространства в противофазе)

$$\Delta_{min} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2},$$

где $\Delta = L_2 - L_1 = S_2 n_2 - S_1 n_1$ – оптическая разность хода интерферирующих лучей, м

Интерференция света в тонких плёнках

Тонкими называются плёнки, в которых возможно наблюдение интерференции света. (их толщина обычно не превышает нескольких десятков длин волн)

При падении света на тонкую прозрачную плёнку происходит отражение от обеих поверхностей плёнки. В результате возникают две световые волны, которые при определённых условиях могут интерферировать.

Оптическую разность хода двух волн при отражении от тонкой плоскопараллельной пластинки в отражённом свете можно определить по формуле

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2} = 2dn \cos \beta + \frac{\lambda}{2},$$

где

Δ - оптическая разность хода волн, м

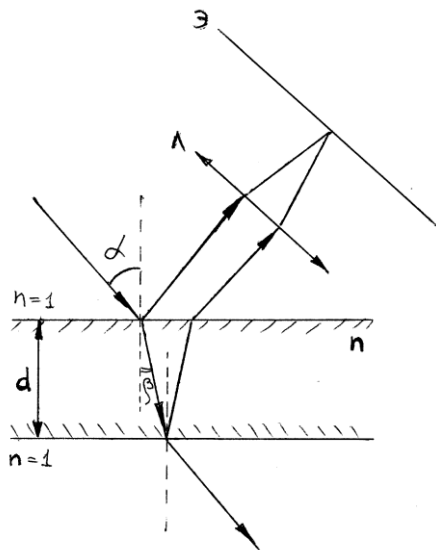
d - толщина плёнки, м

n - показатель преломления плёнки

α - угол падения света на плёнку

β - угол преломления света в плёнке

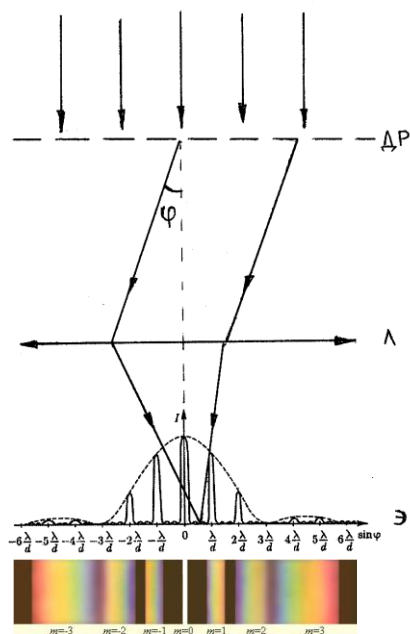
λ - длина световой волны, падающей на плёнку, м.



Дифракция света

Дифракцией называется явление огибания волнами препятствий, встречающихся на их пути, или в более широком смысле – любое отклонение распространения волн вблизи препятствий от прямолинейного.

Формула дифракционной решётки при нормальном падении света на решётку



$$d \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \text{ - условие главных максимумов,}$$

$$a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \text{ - условие главных минимумов,}$$

$m = 0, 1, 2, 3, \dots$ - порядок спектра,

d - период дифракционной решётки (постоянная дифракционной решётки),

$d = \frac{1}{N_0}$, где N_0 - число штрихов на единицу длины

дифракционной решётки.

φ - угол дифракции,

λ - длина световой волны.

Тепловое излучение

Тепловым называется электромагнитное излучение, обусловленное тепловым движением атомов и молекул вещества (то есть его внутренней энергией) и зависящее только от температуры и оптических свойств вещества.

Для количественной оценки процессов лучеиспускания и лучепоглощения вводятся следующие характеристики:

- **спектральная плотность энергетической светимости** (или **спектральная лучеиспускательная способность тела**) $r_{\lambda,T}$ (или $r_{\nu,T}$) - величина, равная отношению энергии dW , которую излучает поверхность площадью dS за время dt в интервале длин волн $d\lambda$ (или частот $d\nu$).

$$r_{\lambda,T} = \frac{dW}{dS \cdot dt \cdot d\lambda}, \quad [r_{\lambda,T}] = \frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{м}^3} \equiv \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}.$$

или

$$r_{\nu,T} = \frac{dW}{dS \cdot dt \cdot d\nu}, \quad [r_{\nu,T}] = \frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{м}^2 \cdot \frac{1}{\text{с}}} \equiv \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2}.$$

- **энергетическая светимость** R_T (или **интегральная лучеиспускательная способность тела**) – величина, равная отношению энергии dW , которую излучает поверхность площадью dS за время dt во всём интервале длин волн $0 < \lambda < \infty$ (или частот $0 < \nu < \infty$):

$$R_T = \frac{dW}{dS \cdot dt}, \quad [R_T] = \frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{м}^2} \equiv \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Закон Стефана-Больцмана для теплового излучения абсолютно чёрного тела

Экспериментально зависимость энергетической светимости R_T абсолютно чёрного тела от его абсолютной температуры T была установлена Стефаном (1879 г), а теоретически - Больцманом (1884 г).

Закон Стефана-Больцмана:

энергетическая светимость абсолютно чёрного тела прямо пропорциональна четвертой степени его абсолютной температуры

$$R_T = \sigma T^4,$$

где $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ - постоянная Стефана-Больцмана, T - абсолютная температура тела, K .

Законы Вина для теплового излучения абсолютно чёрного тела

Закон смещения Вина:

Длина волны $\lambda_{\max}$, на которую приходится максимум теплового излучения абсолютно чёрного тела, обратно пропорциональна его абсолютной температуре T :

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T},$$

где $b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$ – постоянная Вина, T - абсолютная температура тела, K .

Второй закон Вина

Величина максимального значения спектральной плотности энергетической светимости абсолютно чёрного тела $r_{\lambda,T}^{\max}$ прямо пропорциональна пятой степени его абсолютной температуры T :

$$r_{\lambda,T}^{\max} = CT^5,$$

где $C = 1,30 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3 \cdot \text{К}^5}$ - постоянная Вина, T - абсолютная температура тела, K .

Внешний фотоэффект

Внешним фотоэффектом называется явление вылета электронов с поверхности твёрдых и жидких веществ под действием электромагнитного излучения.

Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта

$$h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{mv_{\text{max}}^2}{2},$$

где $E_{\phi} = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ - энергия фотона, Дж или эВ. эВ – электрон-вольт; $1 \text{ эВ} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$,

$h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ - постоянная Планка, $[\nu] = \text{Гц}$ - частота падающего света, $[\lambda] = \text{м}$ - длина волны

падающего света, $c = \lambda \nu = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ - скорость света в вакууме, $T_{\text{max}} = \frac{mv_{\text{max}}^2}{2}$ - максимальная

кинетическая энергия вылетающих фотоэлектронов, Дж или эВ, $m = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ – масса электрона, v_{max} - максимальная скорость вылетающих фотоэлектронов, м/с.

$A_{\text{вых}}$ - работа выхода электрона из поверхности вещества, Дж или эВ.

Фотоэффект можно прекратить, приложив к веществу **запирающее** (или **задерживающее**) **напряжение** $U_{\text{зан}}$, которое можно найти по формуле:

$$|e|U_{\text{зан}} = \frac{mv_{\text{max}}^2}{2},$$

где $U_{\text{зан}}$ - запирающее напряжение в В; $e = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ – заряд электрона.

У каждого вещества существует, так называемая, **красная граница фотоэффекта**, то есть минимальная частота $\nu_{\text{кр}}$ (или максимальная длина $\lambda_{\text{кр}}$) световой волны, при которой ещё возможен фотоэффект.

Красную границу фотоэффекта можно найти по формуле:

$$\begin{cases} h\nu_{\text{кр}} = A_{\text{вых}} \\ \frac{hc}{\lambda_{\text{кр}}} = A_{\text{вых}} \end{cases}$$