

## Пример полного оформления лабораторной работы

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 0-1:

#### Обработка результатов физического эксперимента на примере определения ускорения свободного падения с помощью математического маятника.

Студент Иванов Андрей группа МО -12  
 Допуск \_\_\_\_\_ Выполнение \_\_\_\_\_ Защита \_\_\_\_\_

**Цель работы:** получение и закрепление навыков обработки результатов прямых, косвенных и совместных измерений.

**Приборы и материалы:** математический маятник, измерительная линейка, секундомер.

**Упражнение 1.** Порядок обработки прямых измерений. Определение периода колебаний математического маятника.

Таблица 1

| N <sub>изм</sub>                                 | 1      | 2    | 3      | 4    | 5      | Σ    |
|--|--------|------|--------|------|--------|------|
| $T_i, c$   | 1.79   | 1.84 | 1.75   | 1.82 | 1.78   | 8.98 |
| $T_i - \langle T \rangle, c$                     | - 0.01 | 0.04 | - 0.05 | 0.02 | - 0.02 | -    |
| $(T_i - \langle T \rangle)^2, \cdot 10^{-4} c^2$ | 1      | 16   | 25     | 4    | 4      | 50   |

$$1. \quad \langle T \rangle = \frac{T_1 + T_2 + \dots + T_5}{5} \cdot 10^{-4} c^2$$

$$\langle T \rangle = \frac{1.79 c + 1.84 c + 1.75 c + 1.82 c + 1.78 c}{5} = 1.80 c$$

2.

$$[T_i - \langle T \rangle] = c - c = c$$

$$T_1 - \langle T \rangle = 1.79 c - 1.80 c = 0.01 c,$$

$$[(T_i - \langle T \rangle)^2] = c^2 - c^2 = c^2$$

$$(T_1 - \langle T \rangle)^2 = (0.01 c)^2 = 0.0001 c^2 = 10^{-4} c^2$$

3.

$$S_{\langle T \rangle}^2 = \frac{(T_1 - \langle T \rangle)^2 + (T_2 - \langle T \rangle)^2 + \dots + (T_5 - \langle T \rangle)^2}{5 \cdot 4}$$

$$[S_{\langle T \rangle}^2] = \frac{(c - c)^2 + (c - c)^2 + \dots + (c - c)^2}{1} = c^2.$$

$$S_{\langle T \rangle}^2 = \frac{50 \cdot 10^{-4} c^2}{20} = 2.5 \cdot 10^{-4} c^2$$

$$4. \quad S_{\langle T \rangle} = \sqrt{S_{\langle T \rangle}^2}, \quad [S_{\langle T \rangle}] = \sqrt{c^2} = c.$$

$$S_{\langle T \rangle} = \sqrt{S_{\langle T \rangle}^2} = \sqrt{2.5 \cdot 10^{-4} c^2} = 1.6 \cdot 10^{-2} c$$

$$\text{Ответ: } T = (1.78 \pm 2.8 \cdot 1.6 \cdot 10^{-2}) c = (1.78 \pm 0.04) c \text{ для } n = 5 \text{ и } p = 0.95$$

**Вывод:** На примере определения периода колебаний математического маятника я научился обрабатывать прямые измерения.

## Упражнение 2. Обработка результатов косвенных измерений. Определение ускорения свободного падения

Таблица 2

| $N_{изм}$ | $T_i, c$ | $S_{\langle T \rangle}, c$ | $l, m$ | $S_{\langle l \rangle}, m$ | $\langle g \rangle, \frac{M}{c^2}$ | $S_g, \frac{M}{c^2}$ |
|-----------|----------|----------------------------|--------|----------------------------|------------------------------------|----------------------|
| 1         | 1.79     | $1.6 \cdot 10^{-2}$        | 0.80   | 0.025                      | 10.25                              | 0.13                 |
| 2         | 1.84     |                            |        |                            |                                    |                      |
| 3         | 1.75     |                            |        |                            |                                    |                      |
| 4         | 1.82     |                            |        |                            |                                    |                      |
| 5         | 1.78     |                            |        |                            |                                    |                      |
| $\Sigma$  | 8.98     |                            |        |                            |                                    |                      |

$$1. \quad \langle g \rangle = \frac{4\pi^2 l}{\langle T^2 \rangle}. \quad [\langle g \rangle] = \frac{M}{c^2}$$

$$\langle g \rangle = \frac{4 \cdot 3,14^2 \cdot 0,80m}{(1,80c)^2} = 9,74 \frac{M}{c^2}$$

$$2. \quad S_g^2 = \left( \frac{4\pi^2}{\langle T \rangle^2} \right)^2 S_l^2 + \left( \frac{-8\pi^2 l}{\langle T \rangle^3} \right)^2 S_T^2 + \left( \frac{8\pi l}{\langle T \rangle^2} \right)^2 S_\pi^2;$$

$$[S_g^2] = \left( \frac{1}{c^2} \right)^2 M^2 + \left( \frac{M}{c^3} \right)^2 c^2 + \left( \frac{M}{c^2} \right)^2 1 = \frac{1}{c^4} M^2 + \frac{M^2 c^2}{c^6} + \frac{M^2}{c^4} = \frac{M^2}{c^4} + \frac{M^2}{c^4} + \frac{M^2}{c^4} = \frac{M^2}{c^4}.$$

В качестве погрешности в определении длины нити математического маятника  $S_l$  возьмём квадрат приборной погрешности (в качестве приборной погрешности принимается величина, равная половине цены деления шкалы прибора).

$$S_l = 0.025 m$$

В качестве погрешности числа  $\pi$   $S_\pi$  возьмите табличную погрешность (в качестве табличной погрешности принимается величина, равная половине единицы последнего разряда округлённой табличной величины).

$$S_\pi = 0.005$$

$$S_T^2 = \frac{\sum (T_i - \langle T \rangle)^2}{n-1}, \quad [S_T^2] = \frac{\sum (c - c)^2}{1} = [c^2]$$

$$S_{\langle T \rangle}^2 = \frac{50 \cdot 10^{-4} c^2}{4} = 12.5 \cdot 10^{-4} c^2.$$

$$S_g^2 = \left( \frac{4 \cdot 3,14^2}{(1,80c)^2} \right)^2 \cdot (0,025m)^2 + \left( -\frac{8 \cdot 3,14^2 \cdot 0,80m}{(1,80c)^3} \right)^2 \cdot 12.5 \cdot 10^{-4} c^2 + \left( \frac{8 \cdot 3,14 \cdot 0,80m}{(1,80c)^2} \right)^2 \cdot (0,005)^2,$$

$$\Rightarrow S_g^2 = 926.06 \cdot 10^{-4} \frac{M^2}{c^4} + 1463.38 \cdot 10^{-4} \frac{M^2}{c^4} + 9.62 \cdot 10^{-4} \frac{M^2}{c^4} = 3351.21 \cdot 10^{-4} \frac{M^2}{c^4} = 0.34 \frac{M^2}{c^4}, \Rightarrow S_g = 0.34 \frac{M^2}{c^4}$$

$$3. \quad S_g = \sqrt{S_g^2}; \quad [S_g] = \sqrt{\frac{M^2}{c^4}} = \frac{M}{c^2} \quad S_g = \sqrt{0.34 \frac{M^2}{c^4}} = 0,58 \frac{M}{c^2}$$

$$\text{Ответ: } g = (9,74 \pm 0,58) \frac{M}{c^2} = (9,7 \pm 0,6) \frac{M}{c^2}$$

**Вывод:** Из сравнения значения ускорения свободного падения, полученного в результате проведённого эксперимента с

$$\text{теоретическим значением: } g_{\text{практика}} = (9,7 \pm 0,6) \frac{M}{c^2}, \quad g_{\text{теория}} = (9,81 \pm 0,05) \frac{M}{c^2},$$

видно, что их значения незначительно отличаются.

Относительная погрешность нашего эксперимента составляет

$$\varepsilon = \frac{|g_{\text{практика}} - g_{\text{теория}}|}{g_{\text{теория}}} \cdot 100\% = \frac{\left| 9,7 \frac{M}{c^2} - 9,81 \frac{M}{c^2} \right|}{9,81 \frac{M}{c^2}} \cdot 100\% = 0,71\%.$$

По моему мнению, это связано в основном со случайными погрешностями измерений, возникающими во время эксперимента.

**Упражнение 3. Порядок обработки совместных измерений. Определение ускорения свободного падения**

Период колебаний математического маятника вычисляется по формуле  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ . (1)

Возведём уравнение (1) в квадрат, получим  $T^2 = \frac{4\pi^2}{g} l$ .

Введём следующие обозначения:  $y = T^2$ ;  $x = l$ ;  $A = \frac{4\pi^2}{g}$ .

Получим линейную зависимость  $y = Ax$ , из которой методом наименьших квадратов определим неизвестный параметр  $A = \frac{4\pi^2}{g}$ .

Таблица 3

| 1        | 2               | 3        | 4               | 5        | 6                           | 7          | 8                     |
|----------|-----------------|----------|-----------------|----------|-----------------------------|------------|-----------------------|
|          | $l_i, \sqrt{m}$ | $T_i, c$ | $x_i, \sqrt{m}$ | $y_i, c$ | $x_i y_i, \sqrt{m} \cdot c$ | $x_i^2, m$ | $(y_i - Ax_i)^2, c^2$ |
| 1        |                 |          |                 |          |                             |            |                       |
| 2        |                 |          |                 |          |                             |            |                       |
| 3        |                 |          |                 |          |                             |            |                       |
| 4        |                 |          |                 |          |                             |            |                       |
| 5        |                 |          |                 |          |                             |            |                       |
| $\Sigma$ |                 |          |                 |          |                             |            |                       |

$$1. [xy] = m \cdot c^2; \quad x_1 y_1 =$$

$$[x^2] = (m)^2 = m^2; \quad x_1^2 =$$

$$2. A = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}; \quad A = \frac{\sum m \cdot c^2}{\sum m^2} = \frac{c^2}{m}$$

$$A =$$

$$3. [y - Ax] = c^2 - \frac{c^2}{m} m = c^2 - c^2 = c^2; \quad y_1 - Ax_1 =$$

$$[(y - Ax)^2] = \left( c^2 - \frac{c^2}{m} m \right)^2 = (c^2 - c^2)^2 = (c^2)^2 = c^4; \quad (y_1 - Ax_1)^2 =$$

$$4. S_A^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \cdot \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - A \cdot x_i)^2}{n-1}.$$

$$[S_A^2] = \frac{1}{\sum m^2} \cdot \frac{\sum (c^2 - \frac{c^2}{m} \cdot m)^2}{1} = \frac{1}{\sum m^2} \cdot \frac{\sum (c^2 - c^2)^2}{1} = \frac{\sum c^4}{\sum m^2} = \frac{c^4}{m^2}$$

$$S_A^2 =$$

$$5. \langle g \rangle = \frac{4\pi^2}{A}; \quad [\langle g \rangle] = \frac{1}{\frac{c^2}{m}} = \frac{m}{c^2}; \quad \langle g \rangle =$$

$$6. S_g^2 = \left(\frac{8\pi}{A}\right)^2 \cdot S_\pi^2 + \left(-\frac{8\pi^2}{A^2}\right)^2 \cdot S_A^2;$$

$$[S_g^2] = \left(\frac{1}{\frac{c^2}{M}}\right)^2 \cdot 1 + \left(-\frac{1}{\left(\frac{c^2}{M}\right)^2}\right)^2 \cdot \frac{c^4}{M^2} = \left(\frac{M}{c^2}\right)^2 \cdot 1 + \left(-\frac{1}{\frac{c^4}{M^2}}\right)^2 \cdot \frac{c^4}{M^2} = \frac{M^2}{c^4} + \frac{M^4}{c^8} \cdot \frac{c^4}{M^2} = \frac{M^2}{c^4} + \frac{M^2}{c^4} = \frac{M^2}{c^4}$$

$$S_g^2 =$$

$$7. S_g = \sqrt{S_g^2};$$

$$8. g = \langle g \rangle \pm S_g.$$

$$g =$$

9. вычислим  $F$  - критерий (критерий Фишера):

$$F = \frac{S_{a\partial}^2}{S_{on}^2},$$

$$\text{где } S_{on}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \langle y \rangle)^2}{n-1};$$

$$[S_{on}^2] = \frac{\sum (c-c)^2}{1} = \frac{\sum c^2}{1} = c^2; \quad S_{on}^2 =$$

$$S_{a\partial}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - Ax_i)^2}{n-1};$$

$$[S_{a\partial}^2] = \frac{\sum \left(c^2 - \frac{c^2}{M} \cdot M\right)^2}{1} = \frac{\sum (c^2 - c^2)^2}{1} = \frac{c^4}{1} = c^4$$

$$S_{a\partial}^2 =$$

$$F =$$

Проверим двухстороннее неравенство  $\frac{1}{F_{табл}^{(d-1), (n-m)}} \leq \frac{S_{a\partial}^2}{S_{on}^2} \leq F_{табл}^{(n-m), (d-1)}$ , где  $F_{табл}^{(n-m), (d-1)} = 6.59$

$$\frac{S_{a\partial}^2}{S_{on}^2} =$$

Вывод: так как условие  $\frac{S_{a\partial}^2}{S_{on}^2} \leq 6.59$  выполняется, то с вероятностью, равной 95 %, можно утверждать, что наше

предположение о линейной зависимости между величинами  $y_i = T_i^2$  и  $x_i = l_i$  действительно описывается зависимостью  $y = Ax$ .

4. Вывод:

5. В координатах  $XOY$  построим график зависимости  $y = A \cdot x$  (в качестве  $x$  возьмём  $l$ , в качестве  $y$  возьмём  $T^2$ )