Действия над векторами

Сложение векторов

Складывать вектора можно двумя способами: методом треугольника и методом параллелограмма.

- *Чтобы сложить вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ методом треугольника* необходимо выполнить следующие действия:

1) параллельным переносом соединяем конец второго вектора $\vec{b}$ с началом первого $\vec{a}$,

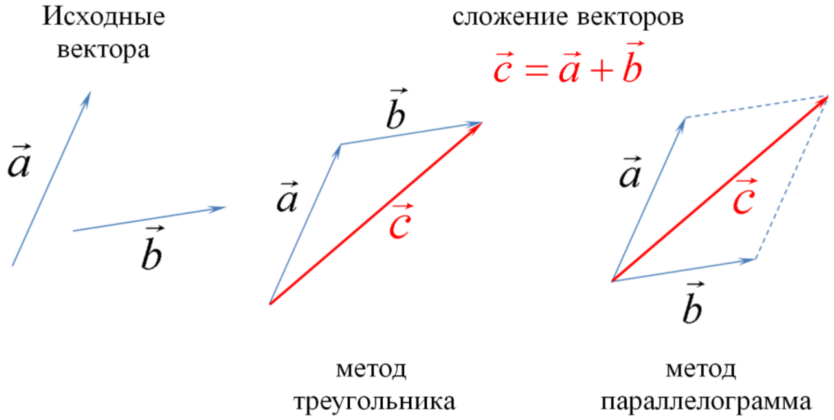
2) проводим вектор из начала первого вектора $\vec{a}$ в конец второго $\vec{b}$. Это и будет результирующий вектор

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}.$$

- *Чтобы сложить вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ методом параллелограмма* необходимо выполнить следующие действия:

1) параллельным переносом соединяем начала векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$,

2) достраиваем параллелограмм на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и проводим диагональ параллелограмма из начала векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ в противоположный угол. Это и будет результирующий вектор $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ (см. рисунок).

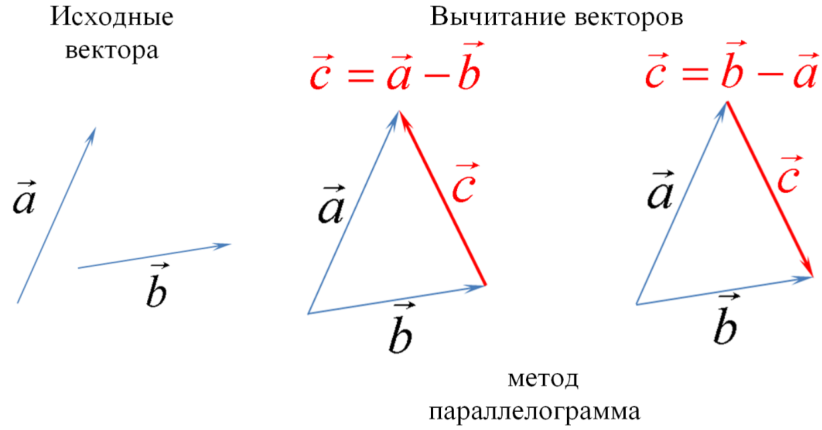


Вычитание векторов

- Чтобы вычесть вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ методом параллелограмма необходимо выполнить следующие действия:

1) параллельным переносом соединяем начала векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$,

2) проводим вектор из конца вычитаемого вектора в конец уменьшаемого вектора. Это и будет результирующий вектор $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ или $\vec{c} = \vec{b} - \vec{a}$ (см. рисунок).



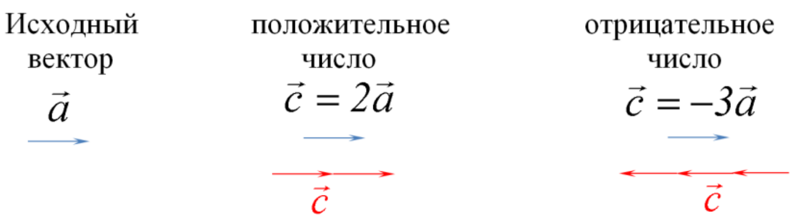
Умножение вектора на число

Чтобы умножить вектор на число k необходимо выполнить следующие действия:

1)если число положительное, то результирующий вектор оказывается со направленным с вектором $\vec{a}$, а его длина равна $k\vec{a}$,

2) если число отрицательное, то результирующий вектор оказывается противоположно направленным с вектором $\vec{a}$, а его длина равна $k\vec{a}$ (см. рисунок)

Умножение вектора на число



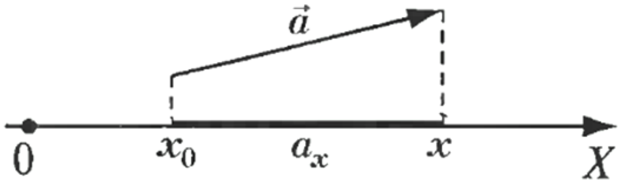
Проекция вектора на ось координат

По определению ***проекцией вектора*** $\vec{a}$ *называется скалярная величина равная* $a = |\vec{a}|\cos\varphi$,

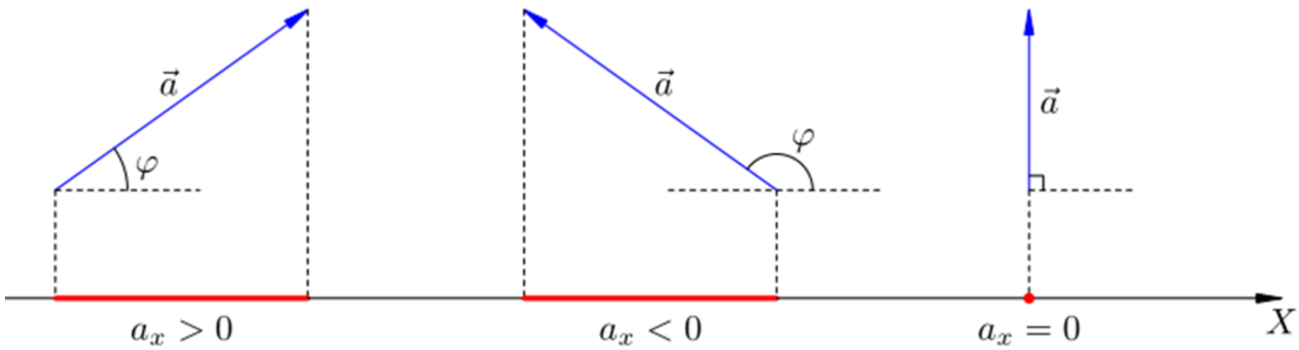
где $|\vec{a}|$ - модуль вектора $\vec{a}$, φ - угол между положительным направлением оси и вектором $\vec{a}$.

Графически проекция вектора $\vec{a}$ на ось координат равна расстоянию между проекциями начала и конца вектора $\vec{a}$.

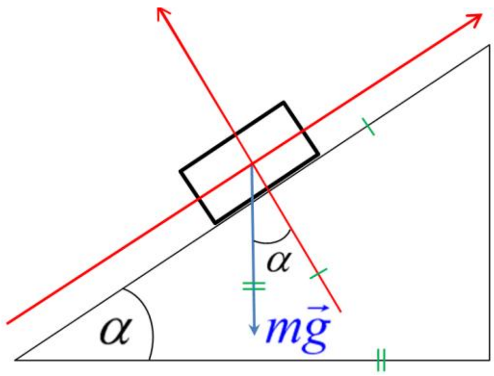
Чтобы найти проекции начала и конца вектора $\vec{a}$ надо опустить из них перпендикуляры на данную ось (см. рисунок).



$$a_x = x - x_0$$



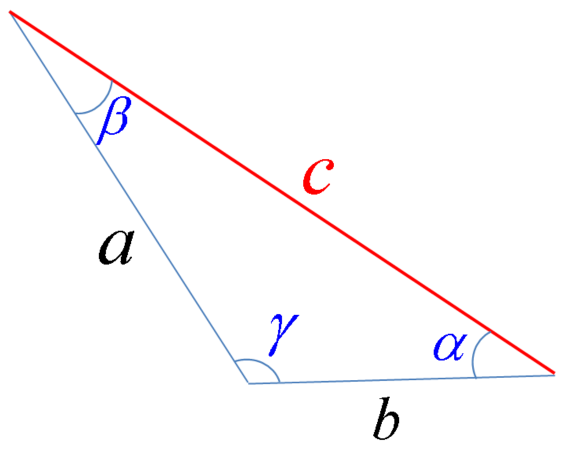
Проекция любого вектора может быть положительной, отрицательной или равной нулю.
- если от проекции начала вектора к проекции конца вектора приходится идти в положительном направлении оси, то проекция вектора считается положительной (то есть вектор наклонён по направлению оси),
- если от проекции начала вектора к проекции конца вектора приходится идти в отрицательном направлении оси, то проекция вектора считается отрицательной (то есть вектор наклонён против направления оси),
- если вектор расположен перпендикулярно оси, то проекция вектора на эту ось равна нулю.



Теорема о взаимно перпендикулярных сторонах двух треугольников

Углы между двумя взаимно перпендикулярными сторонами двух треугольников равны

Произвольный треугольник



Теорема косинусов

Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон, без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

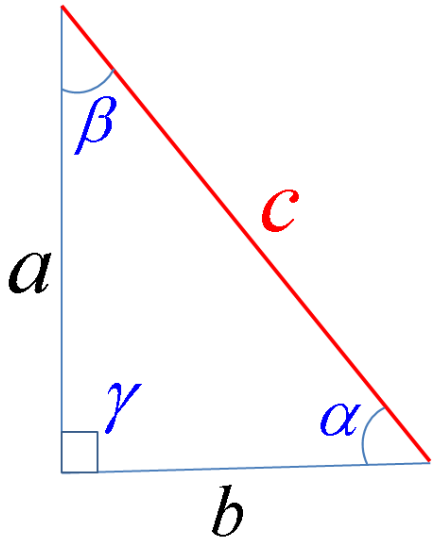
Теорема синусов

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

Прямоугольный треугольник

Теорема Пифагора

Квадрат гипотенузы прямоугольного треугольника равен сумме квадратов двух его сторон: $c^2 = a^2 + b^2$.



Катет прямоугольного треугольника равен гипотенузе, умноженной на косинус касающегося этой стороны угла или на синус противолежащего угла.

$a = c\cos\beta = c\sin\alpha$ или $b = c\cos\alpha = c\sin\beta$

(обращаю внимание, что в этой формулировке слова *косинус* и *касающийся* начинаются с одной и той же буквы *к*).

Катет прямоугольного треугольника равен другому катету, умноженному на котангенс касающегося этой стороны угла или на тангенс противолежащего угла.

$b = a\,ctg\alpha = a\,tg\beta$ или $a = b\,ctg\beta = b\,tg\alpha$

(обращаю внимание, что в этой формулировке слова ***котангенс*** и *касающийся* начинаются с одной и той же буквы *к*).

Таблица синусов и косинусов

α	0	30	45	60	90	180
sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
cos α	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
sin α	$\frac{\sqrt{0}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$	

Обращаю внимание на последнюю строчку таблицы. Закономерность предложенного ряда очевидна и легко запоминается. Если при этом помнить, что cos является дополнением к sin до 90°, то есть cos 60° = sin 30° , cos 90° = sin 0° и т. д., то запомнить остаётся лишь значения sin основных углов.

Действия над степенями

$$10^{a} \cdot 10^{b} = 10^{a+b}$$

$$\frac{10^{a}}{10^{b}} \cdot = 10^{a-b}$$

$$\left(10^{a}\right)^{b} = 10^{a \cdot b}$$