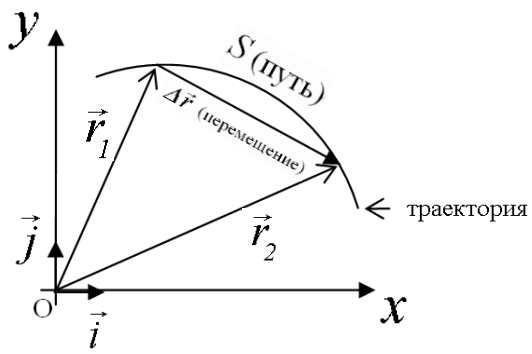
ТЕМА 1: **Кинематика материальной точки (11 класс)**

Механика - раздел физики, изучающий механическое движение и взаимодействие материальных тел.

Материальная точка - это тело, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь.

Механическим движением - называется перемещение тела в пространстве относительно других тел с течением времени.

Для описания движения материальной точки необходима система отчета.



Системой отсчета называется совокупность тела отсчета, системы координат и часов для измерения времени.

Траекторией называется линия, по которой движется материальная точка.

Путём S (эс) называется длина траектории, по которой двигалась материальная точка.

$$[S]=[м], \text{ метр.}$$

Положение материальной точки в пространстве задается радиус-вектором $\vec{r}$

Радиус – вектором $\vec{r}$ (эр) называется вектор, проведённый из начала координат в рассматриваемую материальную точку.

$$[\vec{r}]=[м], \text{ метр.}$$

Перемещением $\Delta\vec{r}$ (дэльта эр) называется вектор, проведённый из начального положения материальной точки в её конечное положение:

$$\Delta r=\vec{r}_2-\vec{r}_1,$$

где $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$ - это начальный и конечный радиус - вектор материальной точки.

$$[\Delta\vec{r}]=[м], \text{ метр}$$

Скорость $\vec{v}$

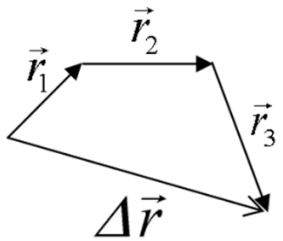
Для характеристики быстроты перемещения тела в пространстве ввели понятие ***скорости***.

Различают следующие виды скоростей:

- среднюю скорость (или среднюю скорость по перемещению) $\vec{v}_{ср}$ (величина векторная)
- среднюю путевую скорость $v_{ср}$ (величина скалярная)
- мгновенную скорость $\vec{v}$ (величина векторная)

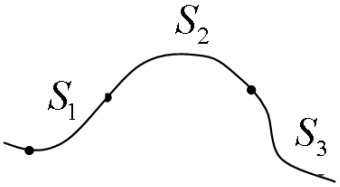
Средней скоростью (или ***средней скоростью по перемещению***) $\vec{v}_{ср}$ называется векторная величина, равная отношению перемещения тела $\Delta\vec{r}$ за какой-либо промежуток времени Δt, к величине этого промежутка времени:

$$\vec{v}_{ср}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{\vec{r}_1+\vec{r}_2+\ldots+\vec{r}_n}{t_1+t_2+\ldots t_n}$$



Средней путевой скоростью $v_{ср}$ называется скалярная величина, равная отношению пути S пройденного телом за какой- либо промежуток времени t, к величине этого промежутка времени:

$$v_{ср} = \frac{S}{t} = \frac{S_1 + S_2 + \ldots + S_n}{t_1 + t_2 + \ldots + t_n}$$



Особый случай: Если тело за рассматриваемый промежуток времени движется в одном и том же направлении с одним и тем же по величине и направлению ускорением (то есть $\vec{a} = const$), то среднюю скорость тела за этот промежуток времени можно определить по формуле: $v_{ср} = \frac{v_1 + v_2}{2}$, где v_1 и v_2 - это начальная и конечная скорости тела на этом участке.

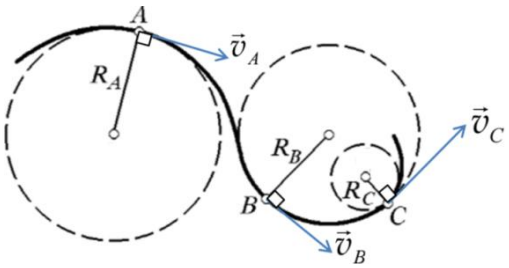
Мгновенной скоростью $\vec{v}$ (вэ) называется векторная величина, равная первой производной радиус-вектора материальной точки по времени

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt},$$

$[v] = \frac{м}{с}$, метр в секунду.

Физический смысл скорости: *она показывает, какое перемещение совершает тело за единицу времени при равномерном движении.*

(пример: $v = 5\frac{м}{с}$ означает, что тело за каждую секунду перемещается на 5 м.)



Вектор мгновенной скорости направлен по касательной к траектории движения материальной точки.

Ускорение $\vec{a}$

Для характеристики быстроты изменения скорости по величине и направлению ввели понятие **ускорения** $\vec{a}$.

Ускорением $\vec{a}$ (а) *называется векторная величина, равная отношению изменения вектора скорости тела* $\Delta\vec{v}$ *за какой-либо промежуток времени* Δt, *к величине этого промежутка времени*:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

где $\vec{v}_2$ - скорость тела в момент времени t_2; $\vec{v}_1$ - скорость тела в момент времени t_1.

Проекцию ускорения a на ось координат можно определить по формуле:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1},$$

где v_2 - проекция скорости тела в момент времени t_2,

v_1 - проекция скорость тела в момент времени t_1.

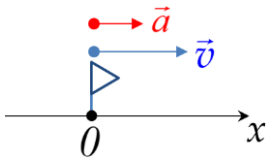
$[a] = \frac{м}{c^2}$, метр на секунду в квадрате.

Физический смысл ускорения $\vec{a}$: *оно показывает, на сколько метров в секунду изменяется скорость тела за одну секунду при равнопеременном движении.*

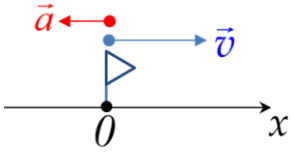
(например: $a = 10\frac{м}{c^2}$ означает, что скорость тела изменяется на $10\frac{м}{c}$ за каждую секунду.)

При прямолинейном движении тела ускорение $\vec{a}$:

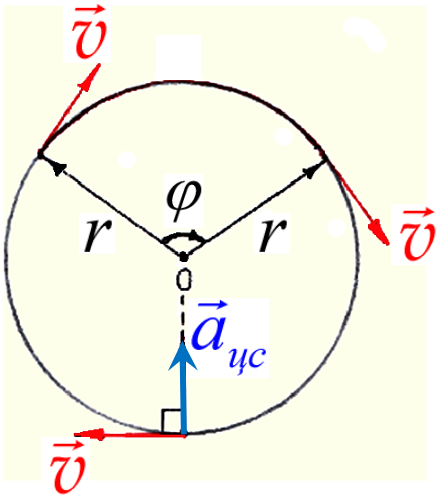
- сонаправлено с вектором $\vec{v}$ в случае ускоренного движения тела,



- противоположно направлено вектору $\vec{v}$ при замедленном движении тела.



Движение материальной точки по окружности



Для описания движение материальной точки по окружности или вращательного движения тела вводят в рассмотрение следующие понятия:

Угол поворота φ (фи) - это угол, на который поворачивается радиус-вектор любой точки тела при его вращении.

$[\varphi] = рад$, радиан.

Для характеристики быстроты вращения тела в пространстве вводится понятие ***угловой скорости*** ω (омега):

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t},$$

$$[\omega] = \frac{рад}{c},$$ радиан в секунду.

Физический смысл угловой скорости ω: *она показывает, на какой угол поворачивается радиус-вектор любой точки тела за единицу времени при равномерном вращении.*

(например: $\omega = 2\frac{рад}{c}$ означает, что за каждую секунду радиус-вектор материальной точки поворачивается на 2 радиана).

Период вращения T (тэ) – это скалярная величина, равная времени одного полного оборота.

$$T = \frac{t}{N},$$

где t – время, за которое точка сделает N оборотов. $[T] = c$, секунда

Частота вращения n (эн) – это скалярная величина, равная числу оборотов за одну секунду.

$$n = \frac{N}{t},$$

где N – число оборотов за время t. $[n] = \frac{об}{c} \equiv \frac{1}{c}$, оборот в секунду.

Причём $$T = \frac{1}{n}.$$

Равномерное движение материальной точки по окружности – это движение с ускорением, которое называется ***центростремительным*** $a_{ц.с.}$ (оно характеризует быстроту поворота вектора скорости материальной точки по направлению и направлено к центру окружности, по которой движется точка).

Связь линейных и угловых величин

$$\begin{cases} S = \varphi r \\ v = \omega r \\ a_{цс} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r = \omega v \end{cases} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n \qquad T = \frac{1}{n}$$

Основные виды движения материальной точки

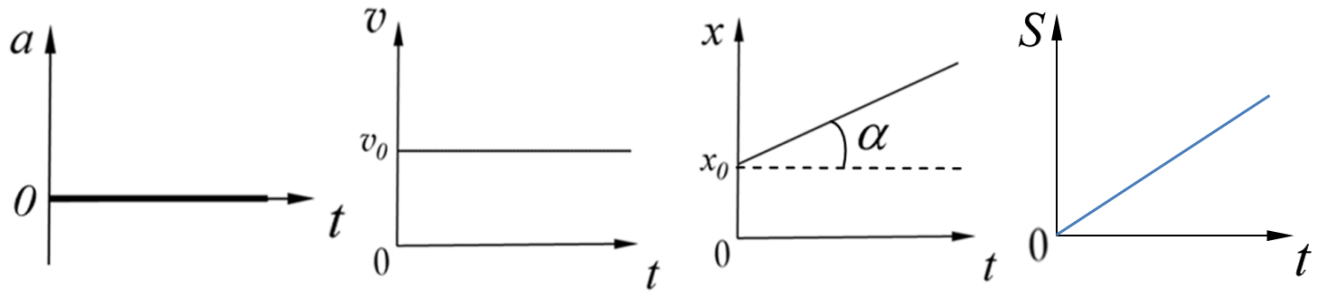
Равномерное движение

Равномерное прямолинейное движение *- это движение, при котором тело перемещается с постоянной по модулю и направлению скоростью, то есть* $a = 0$ и $\vec{v} = const$.

При равномерном прямолинейном движении за любые равные промежутки времени тело проходит одинаковый путь.

Графиком скорости тела $v(t)$ является прямая линия параллельная оси времени.

Графиком зависимости координаты тела от времени при равномерном прямолинейном движении является прямая линия, так как координата тела изменяется со временем по линенйному закону $x = x_0 + v_0 t$ (это уравнение прямой)



- при равномерном движении скорость изменяется по закону $v = const$, а пройденный путь $S = vt$.

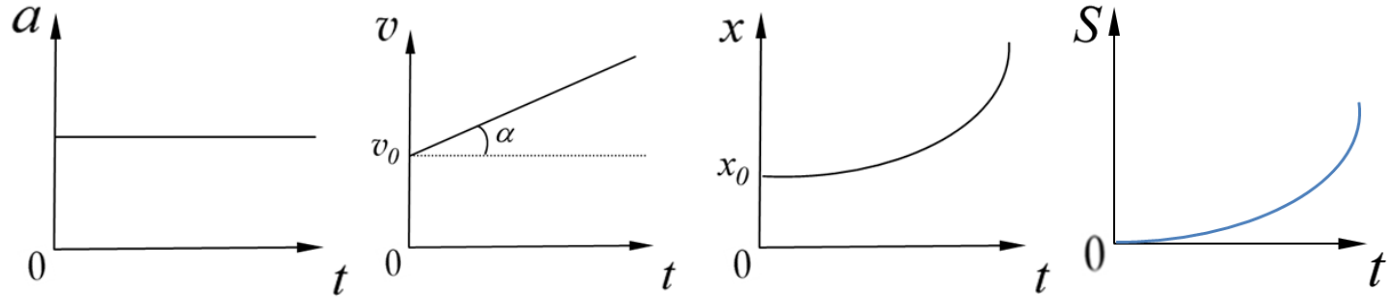
Прямолинейное равноускоренное движение

Прямолинейное равноускоренное движение *– это прямолинейное движение, при котором ускорение сонаправлено с вектором скорости, то есть* $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{v}$ *и постоянно по модулю* $a = const$

(при этом скорость тела со временем увеличивается).

Скорость тела при равноускоренном прямолинейном движении возрастает с течением времени линейно по закону $v = v_0 + at$

Графиком зависимости координаты тела от времени при равноускоренном прямолинейном движении является парабола, ветви которой направлены вверх, так как координата тела изменяется со временем по закону $x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$ (это уравнение параболы, ветви которой направлены вверх)



- при равноускоренном движении скорость изменяется по закону $v = v_0 + at$, а пройденный путь $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$.

Прямолинейное равнозамедленное движение

Прямолинейное равнозамедленное движение *– прямолинейное движение, при котором ускорение направлено в противоположную сторону вектору скорости тела, то есть* $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{v}$ *и постоянно по модулю* $a = const$.

(при этом скорость тела со временем уменьшается).

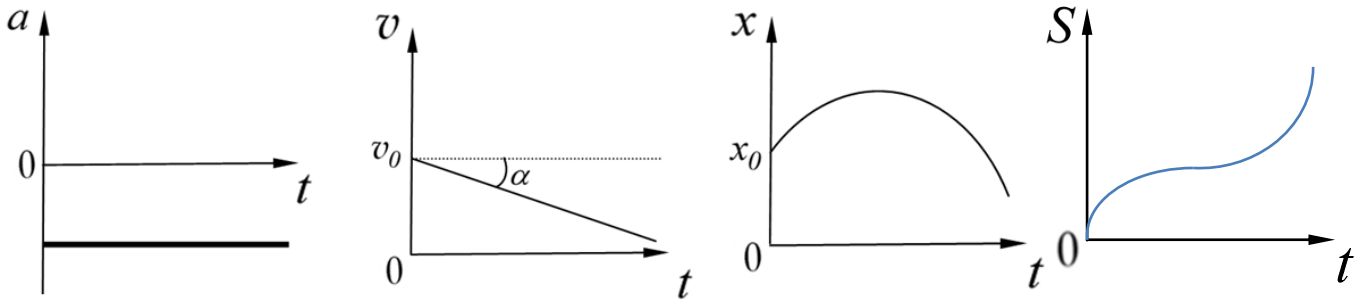
Скорость тела при равноускоренном прямолинейном движении уменьшается с течением времени линейно по закону $v = v_0 - at$ (то есть пропорционально времени t в первой степени)

Тангенс угла наклона этой прямой к оси времени равен ускорению тела (то есть $a = tg\alpha$).

Чем больше угол наклона этой прямой, тем больше ускорение тела.

Графиком зависимости координаты тела от времени при равноускоренном прямолинейном движении является парабола, ветви которой направлены вниз, так как координата тела изменяется со временем по закону $x = x_0 + v_0 t - \frac{at^2}{2}$ (это уравнение параболы, ветви которой направлены вниз)

Физический смысл правой части параболы - уменьшение координаты соответствует движению тела в обратном направлении.



- при равнозамедленном движении скорость изменяется по закону $v = v_0 - at$, а пройденный путь $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$.

Следует помнить отличие в поведении пути S и координаты тела x:

- путь S всегда величина положительная и может только возрастать,
- координата тела x может быть положительной, отрицательной и равной нулю, а так же как увеличиваться, так и уменьшаться с течением времени,
- перемещение $\Delta\vec{r}$ может как увеличиваться, так и уменьшаться, но быть только положительной величиной. При возвращении тела в исходное положение, перемещение тела будет равно нулю.

В общем случае, уравнения поступательного движения тела имеют вид:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2} \equiv \begin{cases} x = \pm x_0 \pm v_{ox} t \pm \frac{a_x t^2}{2} \\ y = \pm y_0 \pm v_{oy} t \pm \frac{a_y t^2}{2} \end{cases} \qquad \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \equiv \begin{cases} v_x = \pm v_{0x} \pm a_x t \\ v_y = \pm v_{oy} \pm a_y t \end{cases}$$

Если не известно время движения тела на каком-то участке пути, то справедливы следующие уравнения:

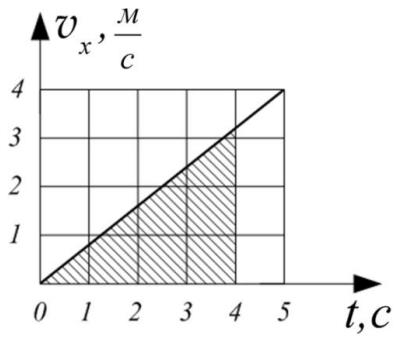
$v^2 - v_0^2 = 2aS$ - если движение равноускоренное,

$v^2 - v_o^2 = -2aS$ - если движение равнозамедленное.

где v_0 - начальная скорость тела, v - конечная скорость тела, a - ускорение тела, S - пройденный телом путь.

Геометрический смысл пути

Путь S, пройденный телом, равен площади под кривой графика зависимости скорости тела v от времени t.
(на рисунке путь, пройденный телом за 4 с, равен площади заштрихованного треугольника)



Свободное падение тела

Свободным падением тела называется движение тела под действием только силы тяжести.

При свободном падении все тела независимо от их массы и размеров движутся с одним и тем же ускорением, называемым ***ускорением свободного падения***, которое вблизи поверхности Земли равно $g = 9.81$ м/с^2.

Таким образом, в поле силы тяжести все тела движется с постоянным ускорением, то есть равноперемено, независимо от начальной скорости тела и ее направления. При этом траекторией движения тела, брошенного под углом к горизонту, является ***парабола***, а координаты тела и проекция скорости тела изменяются по законам:

Так как при свободном падении сопротивления воздуха нет и на тело действует только консервативная сила тяжести, то выполняется ***закон сохранения полной механической энергии***, то есть в любых двух точках траектории будет справедливо равенство:

$$mgh_1 + \frac{m_1 v_1^2}{2} = mgh_2 + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

Если тело падает из состояния покоя с какой-то высоты $h_{мах}$, то в начальный момент времени она обладает максимальной потенциальной энергией $E_П^{мах} = mgh_{мах}$, а кинетическая энергия равна нулю (так как скорость тела в этот момент равен нулю). При падении потенциальная энергия будет уменьшаться (так как высота уменьшается, а кинетическая энергия будет возрастать (так как будет увеличиваться скорость тела). В момент падения тела на Землю вся его потенциальная энергия перейдёт в кинетическую, причём будет выполняться условие

$$mgh_{мах} = \frac{m_1 v_{мах}^2}{2}.$$

СХЕМА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО КИНЕМАТИКЕ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

1. Сделайте рисунок к задаче, на котором отметьте начальные координаты тел и направления векторов их начальных скоростей и ускорений (начало координат обычно помещают в начальной точке движения тела или одного из тел. При выборе направлений координатных осей следует учитывать направление векторов перемещений, скоростей и ускорений тел).
2. Затем сделайте аналогичные рисунки для характерных моментов времени, о которых есть информация в условии задачи.
3. Запишите уравнения движения для каждого тела в проекциях на оси координат сначала в общем виде по рисунку для начального момента времени, а затем по рисункам для характерных моментов времени, о которых есть информация в условии задачи.

$$\begin{cases} x = \pm x_0 \pm v_{ox} t \pm \dfrac{a_x t^2}{2} \\ y = \pm y_0 \pm v_{oy} t \pm \dfrac{a_y t^2}{2} \end{cases}, \qquad \begin{cases} v_x = \pm v_{0x} \pm a_x t \\ v_y = \pm v_{oy} \pm a_y t \end{cases},$$

где x_0 - начальная координата тела, v_{0x} и a_x - проекция начальной скорости и ускорения на ось OX.

При необходимости эту систему можно дополнить следующими уравнениями связи:

$$v^2 - v_0^2 = 2aS$$ - если движение равноускоренное,

$$v^2 - v_0^2 = -2aS$$ - если движение равнозамедленное.

4. Решите полученную систему уравнений и найдите решение задачи в общем (т.е. буквенном виде). Проанализируйте полученное равенство.
5. Проверьте размерность этого равенства и если она совпадает, подставьте в окончательное уравнение числовые значения данных в условии задачи величин, предварительно переведя их в одну и ту же систему единиц.

При решении задач по кинематике материальной точки, я рекомендую применять именно вышеуказанную схему решения задач. В крайнем случае, можно применять следующие уравнения:

- при равномерном движении $v = const$ и $S = vt$,
- при равноускоренном движении $v = v_0 + at$ и $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$,
- при равнозамедленном движении $v = v_0 - at$ и $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$.

СХЕМА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО КИНЕМАТИКЕ ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ ПО ОКРУЖНОСТИ

1. Сделайте рисунок к задаче, на котором отметьте начальное положение материальной точки и направление её векторов скорости и ускорений.
2. Затем сделайте аналогичные рисунки для характерных моментов времени, о которых есть информация в условии задачи.
3. Запишите уравнения вращательного движения сначала в общем виде по рисунку для начального момента времени, а затем по рисункам для характерных моментов времени, о которых есть информация в условии задачи: $\varphi = \omega t$
4. При необходимости запишите уравнения связи между угловыми и линейными величинами, характеризующими кинематику материальной точки:

$$\begin{cases} S = \varphi r \\ v = \omega r \\ a_{цс} = \dfrac{v^2}{r} = \omega^2 r = \omega v \end{cases} \qquad \varphi = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n$$

5. Решите полученную систему уравнений и найдите решение задачи в общем (т.е. в буквенном виде). Проанализируйте полученное равенство.

6. Проверьте размерность этого равенства и если она совпадает, подставьте в окончательное уравнение числовые значения данных в условии задачи величин, предварительно переведя их в одну и ту же систему единиц.