

## ТЕМА 2: Кинематика вращательного движения

**Вращательным** называется движение, при котором все точки тела описывают окружности, центры которых лежат на одной и той же прямой, называемой **осью вращения тела**.

Основной особенностью такого вида движения является следующее обстоятельство: *при вращательном движении все точки тела движутся с одной и той же угловой скоростью  $\omega$ , угловым ускорением  $\varepsilon$  и совершают одинаковые угловые перемещения  $\varphi$ .*

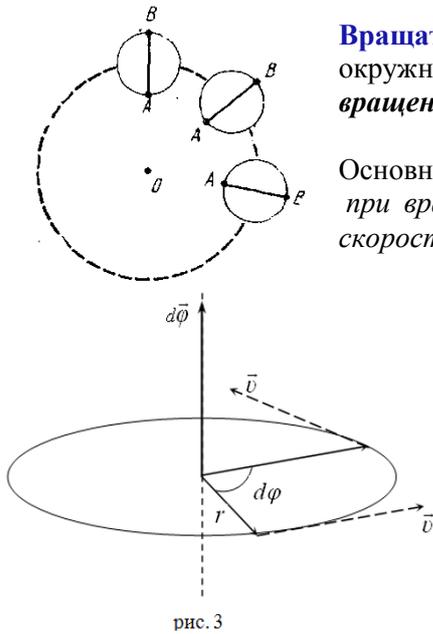


рис. 3

Для описания вращательного движения тела вводят в рассмотрение понятия угла поворота  $\varphi$ , угловой скорости  $\omega$  и углового ускорения  $\varepsilon$ .

**Угол поворота  $\varphi$**  (фи) - это угол, на который поворачивается радиус-вектор любой точки тела при его вращении.

$$[\varphi] = \text{рад}, \text{ радиан.}$$

Элементарное угловое перемещение  $d\varphi$  можно рассматривать как вектор  $d\vec{\varphi}$ , направление которого определяется по **правилу буравчика** (правилу правого винта):

*если буравчик установить вдоль оси вращения тела и крутить рукоятку буравчика по направлению вращения тела, то его поступательное движение покажет направление вектора  $d\vec{\varphi}$*  (см. рис. 3).

Удобство такого введения в следующем:

- модуль вектора  $d\vec{\varphi}$  однозначно определяет величину элементарного поворота тела  $d\varphi$ ,
- направление вектора  $d\vec{\varphi}$  через правило буравчика определяет направление вращения тела,
- положение вектора  $d\vec{\varphi}$  в пространстве определяет ось вращения тела.

Направление угловой скорости совпадает с направлением вектора  $d\vec{\varphi}$ , то есть она также определяется по правилу буравчика.

Для характеристики быстроты вращения тела в пространстве вводится понятие **угловой скорости  $\omega$**  (омега).

**Средней угловой скоростью  $\langle \omega \rangle$**  называется скалярная величина, равная отношению изменения угла поворота  $\Delta\varphi$  радиус-вектора материальной точки за какой-либо промежуток времени  $\Delta t$ , к величине этого промежутка времени:

$$\langle \omega \rangle = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}.$$

**Мгновенной угловой скоростью  $\vec{\omega}$**  называется векторная величина, равная первой производной угла поворота радиус-вектора материальной точки по времени:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt},$$

Размерность  $[\omega] = \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ , радиан в секунду.

**Физический смысл угловой скорости:** *она показывает, на какой угол поворачивается радиус-вектор любой точки тела за единицу времени при равномерном вращении.*

(например:  $\omega = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$  означает, что за каждую секунду радиус-вектор поворачивается на 2 радиана)

Для характеристики быстроты изменения угловой скорости вводится понятие углового ускорения  $\vec{\varepsilon}$  (эпсилон).

Различают среднее  $\langle \varepsilon \rangle$  и мгновенное  $\vec{\varepsilon}$  угловое ускорение.

**Средним угловым ускорением  $\langle \varepsilon \rangle$**  называется скалярная величина, равная отношению изменения угловой скорости тела  $\Delta\omega$  за какой-либо промежуток времени  $\Delta t$  к величине этого промежутка времени:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}.$$

**Мгновенным угловым ускорением  $\vec{\varepsilon}$**  называется векторная величина, равная первой производной мгновенной угловой скорости тела по времени:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

Размерность углового ускорения  $[\varepsilon] = \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$ , радиан на секунду в квадрате.

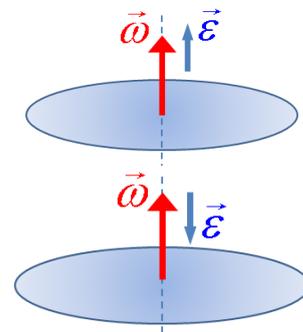
**Физический смысл углового ускорения  $\varepsilon$** : оно показывает, на сколько радиан в секунду изменяется угловая скорость тела за одну секунду при равнопеременном вращении.

(например:  $\varepsilon = 1 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$  означает, что за каждую секунду угловая скорость тела изменяется на  $1 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ ).

Направление вектора углового ускорения  $\vec{\varepsilon}$ :

- оно сонаправлено с вектором  $\vec{\omega}$  при ускоренном вращении тела;

- и противоположно направлено вектору  $\vec{\omega}$  при замедленном вращении.



**Период обращения  $T$  (тэ)**– это время одного полного оборота.

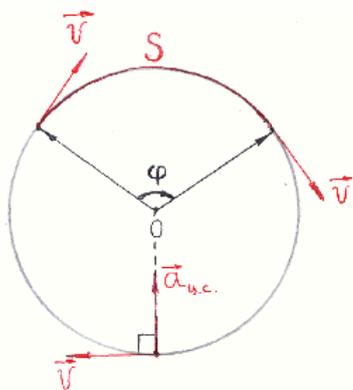
$$T = \frac{t}{N}, \quad \text{где } t \text{ – время, за которое точка сделает } N \text{ оборотов.} \quad [T] = c$$

**Частота обращения (частота вращения)  $n$  (эн)** – это число оборотов за единицу времени.

$$n = \frac{N}{t}, \quad \text{где } N \text{ – число оборотов за время } t. \quad [n] = \frac{об}{c} \equiv \frac{1}{c}$$

Причём

$$T = \frac{1}{n}$$



Равномерное движение материальной точки по окружности – это движение с ускорением, которое называется нормальным или центростремительным  $a_{yc}$ . (оно характеризует быстроту поворота вектора скорости по направлению и направлено к центру окружности, по которой движется точка).

### Связь линейных и угловых величин

$$\begin{cases} S = \varphi r \\ v = \omega r \\ a_{yc} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r = \omega v \end{cases} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n \quad T = \frac{1}{n}$$

Уравнения равнопеременного вращательного движения вокруг неподвижной оси имеют в этом случае следующий вид:

$$\begin{cases} \varphi = \varphi_0 + \omega_{oz} t + \frac{\varepsilon_z t^2}{2} \\ \omega = \omega_{oz} + \varepsilon_z t \end{cases}$$