

Тема: ПЕРЕМЕННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Основные теоретические сведения

Переменным называется ток, который с течением времени изменяет свою величину или направление.

Квазистационарным называется переменный ток, который во всех сечениях неразветвлённой электрической цепи имеет одинаковую силу тока.

(квазистационарность тока объясняется большой скоростью распространения электромагнитных возмущений по электрической цепи)

Периодическим переменным током называется ток, характеристики которого повторяются через определённый промежуток времени, называемый **периодом**.

В промышленности наибольшее распространение получил синусоидальный переменный ток, то есть ток, величина которого изменяется со временем по закону синуса или косинуса:

$$i = I_m \sin \omega t$$

Только синусоидальные токи не изменяют свою форму токов и напряжений во всех участках линейных электрических цепей.

ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЕРЕМЕННОГО СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

Мгновенными значениями силы тока i , напряжения u , ЭДС e и мощности p в цепях переменного тока называют их значения в данный момент времени.

Амплитудными значениями силы тока I_m , напряжения U_m , ЭДС E_m и мощности P_m в цепях переменного тока называют наибольшие мгновенные значения этих величин в случае синусоидального переменного тока за период.

Периодом T называется наименьший промежуток времени, через который переменный ток повторяет свои значения в той же самой последовательности.

Линейной частотой ν переменного периодического тока называется величина обратная периоду.

$$\nu = \frac{1}{T}$$

Циклической частотой ω переменного периодического тока называется величина, равная:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

Эффективным (или действующим) значением переменного тока $I_{\text{эфф}}$ называется такая величина силы постоянного тока, который оказывал бы в цепи такое же тепловое воздействие.

В случае синусоидального тока расчёты показывают, что

$$I_{\text{эфф}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad \text{и} \quad U_{\text{эфф}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

(Амперметры и вольтметры в цепях переменного тока показывают действующие значения силы тока и напряжения на участке электрической цепи).

Все элементы электрической цепи обладают сопротивлением. Различают два вида сопротивления: активное и реактивное. Если при прохождении тока через элемент цепи происходит только необратимое превращение электрической энергии в теплоту, то сопротивление такого участка цепи называют **активным**. Если такого превращения не происходит, то сопротивление называют **реактивным**.

Элемент цепи с активным сопротивлением называется **резистором**. Реактивным сопротивлением – ёмкостным и индуктивным – обладают соответственно конденсаторы и катушки индуктивности.

Реактивные сопротивления в цепи переменного тока создают разность фаз между напряжением и током (то есть они не одновременно достигают своего максимального значения).

Элементы цепи называются **идеальными**, если они обладают только одним видом сопротивления – активным, ёмкостным или индуктивным.

В дальнейшем мы будем рассматривать только идеальные элементы цепи.

Если сопротивление элемента цепи не зависит от величины тока, протекающего через него, то такой элемент называется **линейным**.

Сопротивлением участка цепи постоянного тока называют величину равную:

$$R = \frac{U}{I}$$

Сопротивлением участка цепи переменного тока называют величину равную:

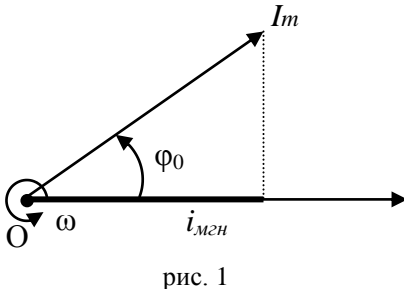
$$R = \frac{U_{\text{эфф}}}{I_{\text{эфф}}} = \frac{U_m}{I_m}$$

В цепях переменного тока кроме нагрева проводов имеются дополнительные процессы, обусловленные изменяющимися во времени магнитными и электрическими полями, что оказывает влияние на величину и форму тока в цепи и может приводить к дополнительным потерям электрической энергии. Поэтому анализ явлений, происходящих в цепях переменного тока, значительно усложняется.

К мгновенным значениям квазистационарных токов можно применять законы Ома и правила Кирхгофа (однако при этом необходимо учитывать возникающую при изменении тока ЭДС электромагнитной индукции).

Графическое изображение переменного тока (метод векторных диаграмм)

Переменный ток в отличие от постоянного тока характеризуется двумя величинами: амплитудой и фазой. Поэтому переменный ток удобно изображать в виде векторов на плоскости в полярных координатах (см. рис. 1)



В этом случае:

- длина вектора равна амплитудному значению силы тока,
- начальный угол расположения вектора соответствует начальной фазе,
- вектор вращается вокруг точки O с угловой скоростью, равной циклической частоте тока,
- мгновенное значение тока равно проекции вектора тока на ось.

Аналогично можно изображать напряжения в цепи.

Существуют так же аналитический (с помощью тригонометрических функций) и символический (с помощью комплексных чисел) способы описания переменного тока.

Цепь переменного тока только с активным сопротивлением.

$$(C = 0, L = 0)$$

Пусть напряжение в цепи меняется по закону:

$$u = U_m \sin \omega t \quad (1)$$

Тогда по закону Ома

$$i = \frac{U}{R} = \frac{U_m}{R} \sin \omega t = I_m \sin \omega t, \quad (2)$$

где

$$I_m = \frac{U_m}{R} \quad (3)$$

Уравнение (3) представляет собой **закон Ома для цепи переменного тока только с активным сопротивлением.**

Из сравнения (1) и (2) следует:

$$\begin{cases} u = U_m \sin \omega t \\ i = I_m \sin \omega t \end{cases} \quad \text{- то есть, ток и напряжение в такой цепи изменяются синфазно.}$$

Векторная диаграмма в этом случае имеет вид рис. 9.2.

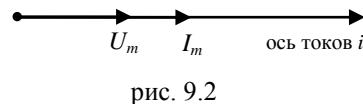


рис. 9.2

Цепь переменного тока только с идеальной индуктивностью.

$$(R = 0, C = 0)$$

Пусть напряжение в цепи меняется по закону:

$$u = U_m \sin \omega t \quad (4)$$

При протекании по катушке индуктивности переменного тока, в ней возникает ЭДС самоиндукции

$$e_s = -L \frac{di}{dt}.$$

Тогда по второму правилу Кирхгофа можно записать:

$$u = -e_s \Rightarrow u = L \frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{u}{L} = \frac{U_m}{L} \sin \omega t$$

Таким образом, имеем:

$$i = \int \frac{U_m}{L} \sin \omega t dt = -\frac{U_m}{\omega L} \cos \omega t + Const = \frac{U_m}{\omega L} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) + Const.$$

Если в цепи отсутствует составляющая постоянного тока, то $Const = 0$ и

$$i = \frac{U_m}{\omega L} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = I_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \quad (5)$$

где

$$I_m = \frac{U_m}{\omega L} \quad (6)$$

Уравнение (6) представляет собой **закон Ома для цепи переменного тока с идеальной индуктивностью.**

Из уравнения (6) следует, что роль сопротивления в такой цепи играет величина $X_L = \omega L$, называемая **реактивным индуктивным сопротивлением**. $[X_L] = [ОМ]$.

Из сравнения (4) и (5) следует:

$$\begin{cases} u = U_m \sin \omega t \\ i = I_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \end{cases} \text{ - то есть в такой цепи ток отстаёт по фазе от напряжения на } \frac{\pi}{2}.$$

Векторная диаграмма в этом случае имеет вид рис. 9.3.

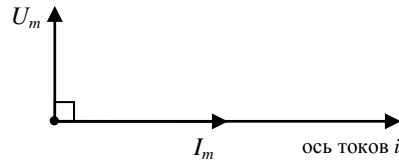


рис. 9.3

Цепь переменного тока только с идеальной ёмкостью.

$$(R = 0, L = 0)$$

Пусть напряжение в цепи меняется по закону:

$$u = U_m \sin \omega t \quad (7)$$

Мгновенное значение силы тока в такой цепи с ёмкостью по закону сохранения электрического заряда равно скорости изменения заряда на обкладках конденсатора, то есть: $i = \frac{dq}{dt}$.

Так как $q = Cu$, следовательно,

$$i = \frac{dCu}{dt} = C \frac{du}{dt} = \frac{dU_m \sin \omega t}{dt} = \omega C U_m \cos \omega t = I_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}), \quad (8)$$

где

$$I_m = \omega C U_m = \frac{U_m}{\frac{1}{\omega C}} \quad (9)$$

Уравнение (9) представляет собой **закон Ома для цепи переменного тока с идеальной ёмкостью**.

Из уравнения (9) следует, что роль сопротивления в такой цепи играет величина $X_C = \frac{1}{\omega C}$, называемая **реактивным ёмкостным сопротивлением**, $[X_C] = [ОМ]$.

Из сравнения (7) и (8) следует:

$$\begin{cases} u = U_m \sin \omega t \\ i = I_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \end{cases} \text{ - то есть в такой цепи ток опережает по фазе напряжение на } \frac{\pi}{2}.$$

Векторная диаграмма в этом случае имеет вид рис.9.4.

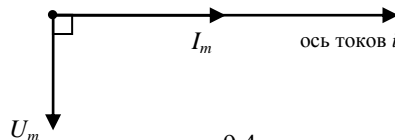


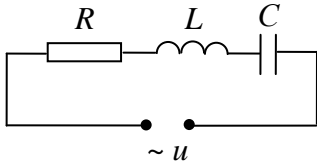
рис. 9.4

Цепь переменного тока, содержащая последовательно включённые R, L и C

При изучении цепей переменного тока следует иметь в виду, что мгновенные значения величин i , u , e , p складываются алгебраически (например, $u = u_R + u_L + u_C$), а амплитудные и действующие значения этих величин I_m , U_m , E_m , P_m складываются геометрически (например $\vec{U}_m = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C$).

Пусть напряжение в цепи меняется по закону:

$$u = U_m \sin \omega t \quad (10)$$



Амплитуду приложенного в цепи напряжения U_m можно найти по уравнению $\vec{U}_m = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C$ с помощью векторной диаграммы.

Так как в нашем случае R, L и C соединены последовательно, то через них протекает одинаковый по величине ток, поэтому в качестве основной оси отсчёта выберем ось токов. Тогда, принимая всё вышесказанное, векторная диаграмма будет иметь вид рис. 9.5.

Из рисунка по теореме Пифагора имеем:

$$U_m = \sqrt{U_R^2 + (U_L + U_C)^2} \quad \text{или} \quad U_m = \sqrt{I_m^2 R^2 + (I_m \omega L - \frac{I_m}{\omega C})^2},$$

тогда

$$U_m = I_m \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$$

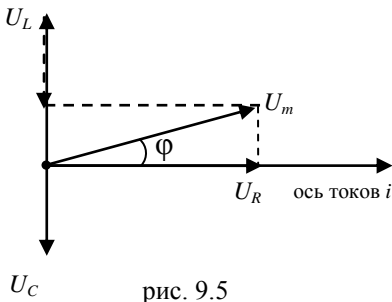


рис. 9.5

Окончательно имеем:

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{U_m}{Z} \quad (11)$$

Уравнение (11) представляет собой **закон Ома для цепи переменного тока с последовательно соединёнными R, L и C**.

Из уравнения (11) следует, что роль сопротивления в такой цепи играет величина $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$, называется **полным сопротивлением цепи** или **импедансом**.

Сила тока в такой цепи изменяется по закону $i = I_m \sin(\omega t + \varphi)$,

где сдвиг фаз φ между напряжением u и силой тока i можно найти из векторной диаграммы (см. рис. 9.5):

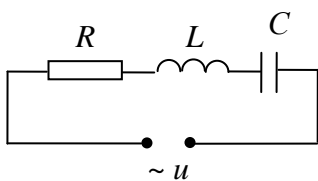
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

Резонанс напряжений

Рассмотрим последовательно соединённые R, L и C.

Пусть напряжение в цепи изменяется по закону $u = U_m \sin \omega t$.

Раньше мы получили, что в этом случае закон Ома имеет вид:



$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \quad (12)$$

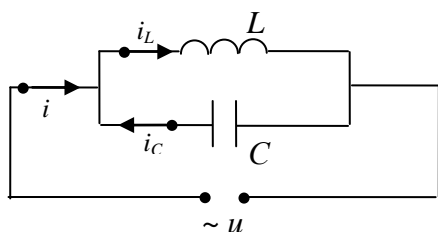
Из уравнения (12) следует, что если будет выполняться условие $\omega L = \frac{1}{\omega C}$, то полное сопротивление цепи становится

минимальным и равным активному сопротивлению цепи R и, следовательно, ток в цепи при заданном напряжении достигает максимального значения. При этом напряжение на активном сопротивлении становится равным внешнему напряжению $u_R = u$, а напряжения на ёмкости и индуктивности оказываются равными по величине и противоположными по фазе, то есть $u_C = u_L$, причём напряжения u_C и u_L оказываются больше напряжения в цепи, то есть $u_C = u_L > u$.

Такое явление в цепи переменного тока называется **резонансом напряжений** или **последовательным резонансом**.

Условию $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ соответствует частота $\omega_{рез} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, называемая **резонансной частотой**.

Резонанс токов



Рассмотрим цепь переменного тока, содержащую параллельно соединённые L и C , активное сопротивление которых очень мало (т.е. $R = 0$).

Пусть напряжение в цепи изменяется по закону $u = U_m \sin \omega t$.

Мы получили, что в ветви конденсатора в этом случае течёт ток

$$i_C = I_{m_C} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}), \quad (13)$$

амплитуда которого $I_{m_C} = \omega C U_m = \frac{U_m}{\frac{1}{\omega C}}$,

а в ветви катушки индуктивности течёт ток

$$i_L = I_{m_L} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}), \quad (14)$$

амплитуда которого

$$I_{m_L} = \frac{U_m}{\omega L}.$$

Из анализа уравнений (13) и (14) следует, что так как разность фаз между токами текущими через L и C равна π , следовательно, в ветвях L и C они текут в противоположных направлениях. Тогда амплитуда силы тока в неразветвлённой цепи будет равна:

$$I_m = |I_{m_C} - I_{m_L}| = \left| U_m \omega C - \frac{U_m}{\omega L} \right| = U_m \left| \omega C - \frac{1}{\omega L} \right| \quad (15)$$

Из уравнения (15) следует, что если будет выполняться условие $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ (это наблюдается при резонансной частоте

$\omega_{рез} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$), то во внешней цепи тока не будет, то есть токи, текущие через конденсатор и катушку индуктивности, оказываются больше, чем ток в неразветвлённой цепи.

Явление резкого уменьшения амплитуды силы тока во внешней цепи, питающей параллельно соединённые L и C , при приближении частоты приложенного напряжения к резонансной частоте $\omega_{рез} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ называется **резонансом токов** или **параллельным резонансом**.