ТЕМА: Кинематика материальной точки

Механикой *называется раздел физики, изучающий механическое движение и взаимодействие материальных тел.*

Основные разделы механики

- ***кинематика*** (изучает механическое движение тел без учёта сил, вызывающих эти движения),
- ***динамика*** (изучает закономерности движения тел, обусловленные действующими на них силами),
- ***статика*** (изучает законы равновесия тел).

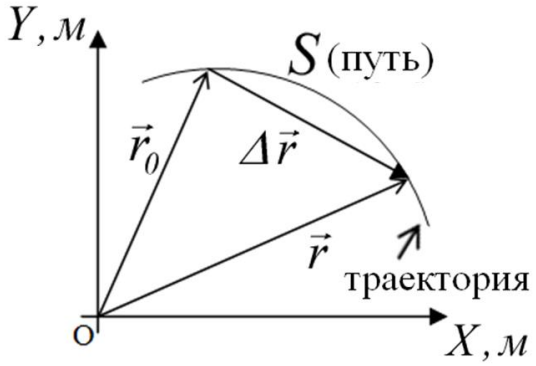
Материальной точкой *называется тело, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь.*

Основные понятия кинематики

Механическим движением *называется изменение положения тела в пространстве относительно других тел с течением времени или относительное перемещение частей одного и того же тела.*

Для описания механического движения тела ввели понятие системы отсчета.

Системой отсчёта называется совокупность ***тела отсчёта, системы координат*** и ***часов*** для измерения времени.



Траекторией *называется линия, по которой двигалось тело.*

Путем S (эс) *называется скалярная величина, равная длине траектории, по которой двигалось тело.*

Размерность пути $[S] = м$, метр.

Радиус-вектором $\vec{r}$ (эр) *называется вектор, проведённый из начала координат в рассматриваемую материальную точку.*

$[r] = м$, метр.

Перемещением $\Delta\vec{r}$ (дэльта эр) или $\vec{S}$ (эс) *называется вектор, проведённый из начального положения материальной точки в её конечное положение:*

$$\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0 ,$$

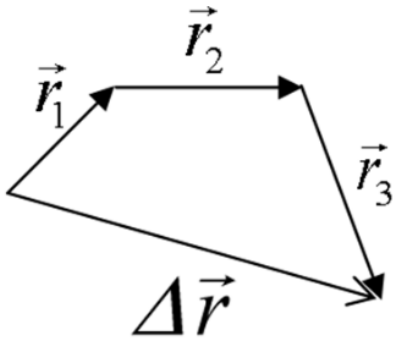
где $\vec{r}_0$ и $\vec{r}$ - начальный и конечный радиус-вектор материальной точки, *м.*

$[\Delta\vec{r}] = м$, метр.

Линейная скорость $\vec{v}$

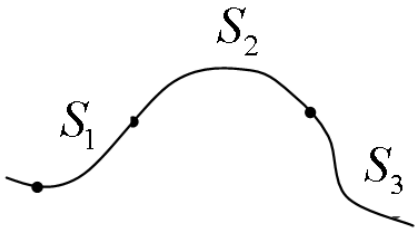
Для характеристики быстроты перемещения тела в пространстве ввели понятие скорости.

Различают *среднюю скорость* $\langle\vec{v}\rangle$, *среднюю путевую скорость* $\langle v\rangle$ и *мгновенную скорость* $\vec{v}$.



Средней скоростью $\langle\vec{v}\rangle$ (вэ) (или ***средней скоростью перемещения***) *называется векторная величина, равная отношению перемещения тела* $\Delta\vec{r}$ *за какой-либо промежуток времени* Δt, *к величине этого промежутка времени:*

$$\langle\vec{v}\rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \ldots + \vec{r}_n}{t_1 + t_2 + \ldots t_n}.$$



Средней путевой скоростью $\langle v\rangle$ (вэ) *называется скалярная величина, равная отношению пути* S, *пройденного телом за какой-либо промежуток времени* t, *к величине этого промежутка времени*:

$$\langle v\rangle = \frac{S}{t} = \frac{S_1 + S_2 + \ldots + S_n}{t_1 + t_2 + \ldots + t_n}.$$

Мгновенной скоростью $\vec{v}$ (вэ) *называется векторная величина, равная первой производной радиус-вектора* $\vec{r}$ *материальной точки по времени:*

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k},$$

где $v_x = \frac{dx}{dt}, v_y = \frac{dy}{dt}, v_z = \frac{dz}{dt}$ - проекции вектора скорости тела $\vec{v}$ на оси координат x, y, z.

Модуль вектора мгновенной скорости равен $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$.

Размерность скорости $[v] = \frac{м}{с}$, метр в секунду.

Физический смысл линейной скорости v**:** *она показывает, какой путь проходит тело за одну секунду при равномерном движении.*

Вектор мгновенной скорости направлен по касательной к траектории движения тела.

Линейное ускорение $\vec{a}$

Для характеристики быстроты изменения вектора мгновенной скорости тела $\vec{v}$ по величине и направлению, ввели понятие ускорения $\vec{a}$.

Различают среднее $\langle\vec{a}\rangle$ и мгновенное $\vec{a}$ ускорения.

Средним ускорением $\langle\vec{a}\rangle$ (а) *называется векторная величина, равная отношению изменения вектора скорости тела* $\Delta\vec{v}$ *за какой-либо промежуток времени* Δt*, к величине этого промежутка времени*:

$$\langle\vec{a}\rangle = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1},$$

где v_1 - начальная мгновенная скорость тела в момент времени t_1;

v_2 - конечная мгновенная скорость тела в момент времени t_2.

Мгновенным ускорением $\vec{a}$ (а) *называется векторная величина, равная первой производной мгновенной скорости тела по времени:*

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k},$$

где $a_x = \frac{dv_x}{dt}, a_y = \frac{dv_y}{dt}, a_z = \frac{dv_z}{dt}$ - проекции вектора ускорения тела $\vec{a}$ на оси координат x, y, z.

Модуль вектора мгновенного ускорения равен $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$.

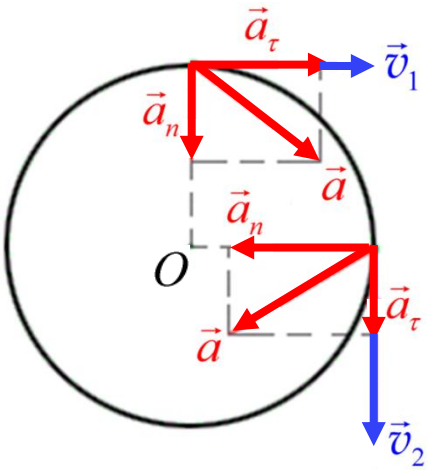
Размерность ускорения $[a] = \frac{м}{c^2}$, метр на секунду в квадрате.

Физический смысл линейного ускорения a**:** *оно показывает, на сколько метров в секунду изменяется скорость тела за одну секунду при равнопеременном движении.*

Криволинейное движение материальной точки

При криволинейном движении материальной точки вектор ускорения $\vec{a}$ в общем случае не параллелен вектору мгновенной скорости $\vec{v}$, а образует с ним некоторый угол α.

В этом случае вектор полного ускорения $\vec{a}$ удобно разложить на две составляющие a_τ и a_n:



$a_\tau = \dfrac{dv}{dt}$ - ***тангенциальное*** (или ***касательное***) ускорение.

Оно характеризует быстроту изменения вектора скорости по величине, направлено по касательной к траектории движения точки и равно первой производной мгновенной скорости точки v по времени t;

$a_n = \dfrac{v^2}{r}$ - ***нормальное*** (или ***центростремительное***) ускорение,

где v - мгновенная скорость в данной точке траектории, *м/с*;

r - радиус кривизны в данной точке траектории, *м*.

Оно характеризует быстроту изменения направления вектора скорости в пространстве и направлено к центру кривизны траектории.

Из рисунка следует, что полное ускорение материальной точки при криволинейном движении равно

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau .$$

Модуль полного ускорения материальной точки a при криволинейном движении равен $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$.

Кинематика вращательного движения

Для описания вращательного движения вводят в рассмотрение следующие понятия.

Угол поворота φ

Углом поворота φ (фи) *называется угол, на который поворачивается радиус-вектор* $\vec{r}$ *любой точки тела при его вращении*.

Размерность угла поворота $[\varphi] = рад$, радиан.

Угловая скорость ω

Для характеристики быстроты вращения тела в пространстве вводится понятие **угловой скорости** ω (омега).

Различают среднюю $\langle\omega\rangle$ и мгновенную $\vec{\omega}$ угловую скорость.

Средней угловой скоростью $\langle\omega\rangle$ *называется скалярная величина, равная отношению угла поворота тела* $\Delta\varphi$ *за какой-либо промежуток времени* Δt *к величине этого промежутка времени*:

$$\langle\omega\rangle = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}.$$

Мгновенной угловой скоростью $\vec{\omega}$ *называется векторная величина, равная первой производной угла поворота тела по времени*:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}.$$

$[\omega] = \frac{рад}{с}$, радиан в секунду.

Физический смысл угловой скорости ω: *она показывает, на сколько радиан поворачивается радиус-вектор любой точки тела за одну секунду при равномерном вращении.*

Угловое ускорение $\vec{\varepsilon}$

Для характеристики быстроты изменения угловой скорости вводится понятие ***углового ускорения*** $\vec{\varepsilon}$ (эпсилон).

Различают среднее $\langle\varepsilon\rangle$ и мгновенное $\vec{\varepsilon}$ угловое ускорение.

Средним угловым ускорением $\langle\varepsilon\rangle$ *называется скалярная величина, равная отношению изменения угловой скорости тела* $\Delta\omega$ *за какой-либо промежуток времени* Δt *к величине этого промежутка времени*:

$$\langle\varepsilon\rangle = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}.$$

Мгновенным угловым ускорением $\vec{\varepsilon}$ *называется векторная величина, равная первой производной мгновенной угловой скорости тела по времени*:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

Размерность углового ускорения $[\varepsilon] = \frac{рад}{с^2}$, радиан на секунду в квадрате.

Физический смысл углового ускорения ε**:** *оно показывает, на сколько радиан в секунду изменяется угловая скорость тела за одну секунду при равнопеременном вращении.*

Периодическим движением *называется движение, повторяющееся через одинаковые промежутки времени.*

Периодом *называется минимальный интервал времени, через который движение или процессы повторяются в той же самой последовательности.*

Периодом вращения T (тэ) *называется скалярная величина, равная времени одного полного оборота вокруг оси вращения*:

$$T = \frac{t}{N},$$

где t (тэ) - время, за которое точка делает N оборотов, *с;*

N (эн) - число оборотов за время t.

Размерность периода $[T] = c$, секунда

Частотой вращения **n** (эн) *называется скалярная величина, равная числу оборотов за единицу времени*:

$$n = \frac{N}{t},$$

где N (эн) - число оборотов за время t;

t (тэ) - время, за которое точка делает N оборотов.

Размерность частоты вращения $[n] = \frac{об}{c} \equiv \frac{1}{c}$, оборотов в секунду.

Связь линейных и угловых величин

$$\begin{cases} S = \varphi r \\ v = \omega r \\ a_{цс} = \dfrac{v^2}{r} = \omega^2 r = \omega v \end{cases}$$

где r - радиус кривизны в данной точке траектории, *м*.

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau; \qquad a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}; \qquad T = \frac{1}{n};$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n.$$

Уравнения поступательного движения

Уравнениями поступательного движения *называются уравнения, по которым можно определить радиус-вектор тела* $\vec{r}$ *или координаты тела* x, y, z *в любой момент времени.*

1. **Равномерное поступательное движение:**

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t; \qquad \vec{v} = const; \qquad \vec{a} = 0.$$

2. **Равнопеременное поступательное движение:**

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}\,t^2}{2}; \qquad \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t; \qquad \vec{a} = const;$$

3. **Неравномерное поступательное движение:**

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v}(t)\,dt \quad \text{или} \quad \vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}(t)\,dt,$$

а также $$S = \int_0^t v(t)\,dt \quad \text{и} \quad v = v_0 + \int_0^t a(t)\,dt.$$

Уравнения вращательного движения

Уравнением вращательного движения *называется уравнение, по которому можно определить угол поворота тела* φ *в любой момент времени.*

1. **Равномерное вращательное движение:** $\varphi = \pm\varphi_0 \pm \omega_0 t; \quad \vec{\omega} = const.$
2. **Равнопеременное вращательное движение:**

$$\varphi = \pm\varphi_0 \pm \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}; \qquad \omega = \pm\omega_0 \pm \varepsilon t; \qquad \vec{\varepsilon} = const.$$

3. **Неравномерное вращательное движение:**

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \int_0^t \omega(t)dt \quad \text{и} \quad \omega(t) = \omega_0 + \int_0^t \varepsilon(t)dt.$$