ТЕМА: ЗАКОНЫ ИЗМЕНЕНИЯ И СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ

Механической системой *называется мысленно выделенная совокупность тел, рассматриваемых в условии данной задачи.*

Закон изменения импульса

В инерциальной системе отсчёта произведение векторной суммы всех внешних сил, действующих на тела механической системы $\sum \vec{F}_i^{внешних}$*, на время действия этих сил* t*, равно изменению импульса этой механической системы:*

$$\left(\sum \vec{F}_i^{внешних}\right) t = \vec{p}_2 - \vec{p}_1,$$

где $\vec{p}_1 = \sum \vec{p}_{i1}$ - начальный импульс механической системы;

$\vec{p}_2 = \sum \vec{p}_{i2}$ - конечный импульс механической системы.

Закон сохранения импульса

В инерциальной системе отсчёта векторная сумма импульсов тел замкнутой механической системы остаётся постоянной как по величине, так и по направлению, при любых движениях и взаимодействиях тел системы:

$$\sum \vec{p}_{i1} = \sum \vec{p}_{i2},$$

где $\vec{p}_{i1}$ - начальный импульс i -го тела; $\vec{p}_{i2}$ - конечный импульс i -го тела.

Замкнутой называется система тел, на которую не действуют внешние силы или векторная сумма всех внешних сил равна нулю.

Внешними называются силы, действующие на систему со стороны тел, не входящих в рассматриваемую систему.

Внутренними называются силы, действующие между телами самой системы.

Для незамкнутых механических систем закон сохранения импульса можно применить в следующих случаях:

1. если за рассматриваемый промежуток времени проекции всех внешних сил, действующих на систему, на какое-либо направление в пространстве равны нулю, то по этому направлению будет выполняться закон сохранения проекции импульса.

   То есть, если $\sum F_{xi}^{внешних} = 0, \quad \Rightarrow, \quad \left(\sum p_{xi}\right)_{до} = \left(\sum p_{xi}\right)_{после},$

   где $\left(\sum p_{xi}\right)_{до}$ - сумма проекций импульсов тел системы на ось OX до взаимодействия;

   $\left(\sum p_{xi}\right)_{после}$ - сумма проекций импульсов тел системы на ось OX после взаимодействия;

2. если за рассматриваемый промежуток времени внутренние силы по величине много больше внешних сил (например, разрыв снаряда), либо очень мал промежуток времени Δt, в течение которого действуют внешние силы (например, удар), то закон сохранения импульса можно применить либо в векторном виде

   $$\left(\sum \vec{p}_i\right)_{до} = \left(\sum \vec{p}_i\right)_{после},$$

   либо в скалярном виде на любое направление в пространстве

   $$\left(\sum p_{xi}\right)_{до} = \left(\sum p_{xi}\right)_{после}.$$

Закон движения центра масс

В инерциальной системе отчёта центр масс механической системы движется как материальная точка, имеющая массу всей системы, на которую действует сила, равная векторной сумме всех внешних сил, действующих на тела этой механической системы:

$$\sum \vec{F}_i^{внеш} = m\vec{a}_c .$$

Закон движения центра масс замкнутой механической системы

В инерциальной системе отчёта центр масс замкнутой механической системы находится в состоянии покоя или движется равномерно и прямолинейно при любых движениях и взаимодействиях тел системы:

$$\vec{a}_c = 0 \quad \text{или} \quad \vec{v}_c = const,$$

где $\vec{a}_c$ и $\vec{v}_c$ - ускорение и скорость центра масс механической системы.

Закон изменения момента импульса механической системы относительно неподвижной оси вращения

В инерциальной системе отсчёта произведение алгебраической суммы моментов всех внешних сил $\sum M_{iz}^{внеш}$*, действующих на тела механической системы относительно неподвижной оси вращения Z, на время действия этих сил* t*, равно изменению момента импульса этой системы* $L_{2z} - L_{1z}$ *относительно этой же оси вращения Z:*

$$\left(\sum M_{iz}^{внеш}\right)t = L_{2z} - L_{1z},$$

где $L_{1z} = \left(\sum L_{iz}\right)_{до}$ и $L_{2z} = \left(\sum L_{iz}\right)_{после}$ - момент импульса системы до и после взаимодействия относительно оси вращения Z.

Закон сохранения момента импульса механической системы относительно неподвижной оси вращения

В инерциальной системе отсчёта момент импульса замкнутой механической системы относительно неподвижной оси вращения Z не изменяется при любых движениях и взаимодействиях тел системы:

$$\left(\sum L_{iz}\right)_{до} = \left(\sum L_{iz}\right)_{после}.$$

Для незамкнутых механических систем закон сохранения момента импульса можно применить в следующих случаях:

1. если за рассматриваемый промежуток времени проекции моментов всех внешних сил, действующих на систему, на какую - либо ось Z в пространстве равны нулю, то на направление этой оси будет выполняться закон сохранения проекции момента импульса.

То есть, если $$\sum M_{iz}^{внешних} = 0, \quad \Rightarrow, \quad \left(\sum L_{iz}\right)_{до} = \left(\sum L_{iz}\right)_{после},$$

где $\left(\sum L_{iz}\right)_{до}$ - сумма проекций моментов импульсов тел системы на ось Z до взаимодействия;

$\left(\sum L_{iz}\right)_{после}$ - сумма проекций моментов импульсов тел системы на ось Z после взаимодействия;

2. если за рассматриваемый промежуток времени момент внутренних сил по величине много больше момента внешних сил (например, разрыв снаряда), либо очень мал промежуток времени Δt, в течение которого действуют моменты внешних сил (например, удар), то закон сохранения момента импульса можно применить

либо в векторном виде $$\left(\sum \vec{L}_i\right)_{до} = \left(\sum \vec{L}_i\right)_{после};$$

либо в скалярном виде на направление оси вращения Z:

$$\left(\sum L_{iz}\right)_{до} = \left(\sum L_{iz}\right)_{после}.$$

Закон сохранения энергии

Энергия ниоткуда не возникает и никуда не исчезает, а лишь переходит из одного вида энергии в другой, причём так, что полная энергия изолированной системы остаётся постоянной.

$$W = E_К + E_П + U + W_{грав} + W_{магн} + W_{электр} + W_{ядерн} + \ldots = const.$$

Закон изменения полной механической энергии

В инерциальной системе отсчёта алгебраическая сумма работ всех неконсервативных сил, действующих на тела механической системы, равна изменению полной механической энергии тел этой системы:

$$\sum A_i^{неконсервативных} = E_2 - E_1,$$

где E_1 - полная механическая энергия системы в начальном состоянии;

E_2 - полная механическая энергия системы в конечном состоянии.

Закон сохранения полной механической энергии

В инерциальной системе отсчёта полная механическая энергия системы, на тела которой действуют только консервативные силы или все действующие на систему неконсервативные силы работу не совершают, не изменяется с течением времени:

$$E_1 = E_2,$$

где E_1 - полная механическая энергия системы в начальном состоянии;

E_2 - полная механическая энергия системы в конечном состоянии.

К консервативным силам относятся: $F_{грав}$, $F_{тяж}$, $F_{упр}$, $F_{кулона}$, $F_{арх}$.

К неконсервативным - все остальные силы.

Если в задаче требуется найти работу консервативной силы, то удобно применять теорему о потенциальной энергии.

Теорема о потенциальной энергии

Работа консервативной силы $A_{конс}$ *равна изменению потенциальной энергии тела или системы тел, взятому с противоположным знаком:*

$$A_{конс} = -\left(E_{П2} - E_{П1}\right),$$

где $E_{П1}$ - потенциальная энергия системы в начальном состоянии;

$E_{П2}$ - потенциальная энергия системы в конечном состоянии.

Помните, что для каждой консервативной силы потенциальная энергия рассчитывается по своей определённой формуле.

Теорема о кинетической энергии

Изменение кинетической энергии тела равно сумме работ всех сил, действующих на это тело:

$$\sum A_i = E_{K_2} - E_{K_1},$$

где E_{K_1} - кинетическая энергия тела в начальном состоянии;

E_{K_2} - кинетическая энергия тела в конечном состоянии.

Виды ударов

Ударом называется кратковременное взаимодействие двух или более тел.

Упругим называется удар, при котором тела после взаимодействия движутся раздельно друг от друга.

Неупругим называется удар, при котором тела после взаимодействия движутся как единое целое, то есть с одной и той же скоростью.

Предельными случаями ударов являются **абсолютно упругий** и **абсолютно неупругий** удары, которые в чистом виде в природе не встречаются.

Идеализацией **абсолютно упругого удара** является тот факт, что при этом ударе механическая энергия системы не изменяется, а идеализацией **абсолютно неупругого удара** является тот факт, что все потери механической энергии, возникающие в результате удара, происходят только в виде теплоты.

Абсолютно упругий удар

1. выполняется закон сохранения импульса:

$$m_1\vec{v}_{01} + m_2\vec{v}_{02} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

2. закон сохранения полной механической энергии:

$$\frac{mv_{01}^2}{2} + \frac{mv_{02}^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2}$$

Абсолютно неупругий удар

1. выполняется закон сохранения импульса

$$m_1\vec{v}_{01} + m_2\vec{v}_{02} = \left(m_1 + m_2\right)\vec{v}$$

2. закон сохранения и превращения энергии:

$$\frac{m_1v_{01}^2}{2} + \frac{m_2v_{02}^2}{2} = \frac{\left(m_1 + m_2\right)v^2}{2} + \begin{cases} Q \\ \Delta U \end{cases},$$

где Q – количество теплоты, выделившееся в результате удара, ΔU – изменение внутренней энергии тел в результате удара.